

AFA – Matemática – 1997

01) (AFA-97) O produto das raízes da equação

$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x = 4$$

pertence ao conjunto dos números:

- a) naturais e é primo
- b) inteiros e é múltiplo de quatro
- c) complexos e é imaginário puro
- d) racionais positivos e é uma fração imprópria

02) (AFA-97) A solução da equação

$$\left[10\left(\sqrt{68} - 4i\sqrt{2}\right)^{10}\right]^x = \left|\left(2\sqrt{17} - 4i\sqrt{2}\right)^2\right| i = \sqrt{-1}$$

é:

- a) $\frac{21}{11}$
- b) 2
- c) $\frac{31}{12}$
- d) 4

03) (AFA-97) Se n é um número natural maior que 1, então o valor do produto (Det A) $C_{n,2}$, onde $A = (a_{ij})_{(n+1) \times (n+1)}$ é uma matriz cujos elementos são definidos por $a_{ij} = \begin{cases} i & \text{se } i=j \\ 1 & \text{se } i \neq j \end{cases}$ é:

- a) $2^n - 2$
- b) $(n-1)^{i+1}$
- c) $(n-1)^2 \cdot n$
- d) $\frac{n}{2}(n-1)n^i$

04) (AFA-97) Considere as matrizes $A = (a_{ij})_{2 \times 2}$ e $B = (b_{ij})_{2 \times 2}$ definidos por $a_{ij} = x^j - x^i$ e $b_{ij} = (i+j)x$, $x \in \mathbb{R}^*$. Se a função $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ é definido por

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

então para $x = \frac{\text{Det}B}{\text{Det}A}$ o valor de $f(x)$ é:

- a) $(x-1)^2$
- b) $(x-2)^2$
- c) $-(x-1)^2$
- d) $-(x-2)^2$

05) (AFA-97) O valor da expressão $i^{101}(1-i)^{46}(1+i)^{-44}, i = \sqrt{-1}$ é:

- a) 2
- b) 4
- c) 5
- d) 8

06) (AFA-97) Dez balões azuis e oito brancos deverão ser distribuídos em três enfeites de salão sendo que um deles tenha 7 balões e os outros dois no mínimo 5. Cada enfeite deverá ter 2 balões azuis e 1 branco pelo menos. De quantas maneiras distintas pode-se fazer os enfeites usando simultaneamente todos os balões?

- a) 9
- b) 10
- c) 11
- d) 12

07) (AFA-97) Considere a equação $(x+i)^2 = 6 - (x+i)^2$, onde x é um número complexo, $i = \sqrt{-1}$ e $\operatorname{Re} x > 0$. O menor número natural n tal que x^n seja um imaginário puro é:

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4

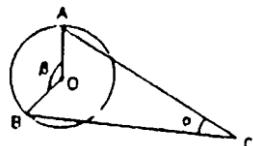
08) (AFA-97) A soma dos valores de k , para os quais o sistema homogêneo

$$\begin{cases} 4x + 4y + \left(\log_A \frac{256}{k}\right)z = 0 \\ 2x + 2(\log_A k^4)y - 2z = 0 \text{ seja indeterminado,} \\ 2x + 2y + 2z = 0 \end{cases}$$

aproximadamente:

- a) 1,2
- b) 2,4
- c) 3,5
- d) 4,6

09) (AFA-97) Na figura abaixo,



$\overline{AC} = \overline{BC} = 2\overline{AB}$ $\beta = 30^\circ$ e $\overline{OA} = \overline{OB} = r$ onde r é o raio da circunferência com centro O . Então a medida de arco (\overline{AB}) é:

- a) $r \arccos \frac{5}{8}$
- b) $r \arccos \frac{7}{8}$
- c) $3r \arccos \frac{5}{8}$
- d) $3r \arccos \frac{7}{8}$

10) (AFA-97) Qual das afirmações abaixo é correta?

- a) Dois planos α e β paralelos a mesma reta são paralelos entre si;
- b) Um plano α paralelo a uma reta de um plano β é paralelo a β
- c) Um plano α paralelo a duas retas de um plano β é paralelo a β
- d) Um plano α perpendicular a uma reta de um plano β é perpendicular a β

11) (AFA-97) Dada a matriz $A = \begin{bmatrix} \sin\theta & 0 & \cos\theta & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ é correto afirmar que:

- a) A nunca é inversível
- b) Se A é inversível, então $0 \leq \theta \leq \pi$
- c) A é inversível independentemente do valor de θ
- d) A é inversível se, e somente se $\theta = n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$

12) (AFA-97) Os valores de k , que fazem o sistema

$$\begin{cases} x - z = 0 \\ kx + y + 3z = 0 \\ x + ky + 3z = 1 \end{cases}$$

admitir uma única solução real, pertencem ao

conjunto:

- a) $R - \{1,3\}$
- b) $R - \{-1,-4\}$
- c) $R - \{-1,4\}$
- d) $R - \{1,-3\}$

13) (AFA-97) Se a, b e c são raízes da equação $2x^3 - 3x^2 + 5x + 1 = 0$

então $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ é:

- a) 30
- b) 31
- c) 32
- d) 33

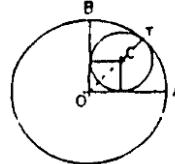
14) (AFA-97) A soma das raízes da equação $e^{2\ln x} (\log 5) - 8x(\log 5) - (\log 32) = -5$, onde $e = 2,7$ é:

- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 6

15) (AFA-97) No primeiro quadrante seja a região triangular β determinada pelos eixos coordenados e pela reta (r) $y = -x + a$ e a região circular (α) $2x^2 + 2y^2 \leq a^2$. O valor numérico da área da região $\beta - \alpha$, é:

- a) $\frac{a^2}{16}(4 - \pi)$
- b) $\frac{a^2}{8}(4 - \pi)$
- c) $\frac{a^2}{32}(\pi - 1)$
- d) $\frac{a^2}{4}(\pi - 1)$

16) (AFA-97) Na figura, a circunferência de centro O tem raio 10cm, e a de centro C tem raio r . Se OA é perpendicular a OB , então o valor de r é:



- a) $5(\sqrt{2} - 1)$
- b) $5(2\sqrt{2} - 1)$
- c) $10(\sqrt{2} - 1)$
- d) $10(2\sqrt{2} - 2)$

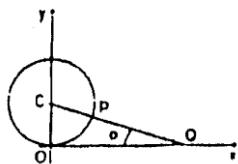
17) (AFA-97) Uma esfera é seccionada por um plano distante 2cm de seu centro. Se a área de secção é $5\pi \text{ cm}^2$, o volume da esfera em cm^3 é:
 a) 12π b) 27π c) 36π d) 108π

18) (AFA-97) Uma esfera com 2cm de raio é imersa em um recipiente contendo água com o formato de um prisma hexagonal regular, cuja base está inscrita em uma circunferência de raio R. Supondo que a água não transborde, qual a variação de seu nível?
 a) $\left(\frac{2^4\sqrt{3}}{3}\right)\frac{\pi}{R}$ b) $\left(\frac{2^4\sqrt{3}}{3^2}\right)\frac{\pi}{R}$
 c) $\left(\frac{2^5\sqrt{3}}{3^3}\right)\frac{\pi}{R^2}$ d) $\left(\frac{2^6\sqrt{3}}{3^3}\right)\frac{\pi}{R^2}$

19) (AFA-97) Numa pirâmide triangular regular a aresta da base mede 6cm e a da lateral 8cm. Então o apótema da pirâmide e o da sua base valem, em cm, respectivamente:
 a) $\sqrt{55}$ e $\sqrt{3}$ b) $\sqrt{3}$ e $3\sqrt{5}$
 c) $\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$ d) $\sqrt{55}$ e $3\sqrt{5}$

20) (AFA-97) No plano cartesiano conforme a figura abaixo, C é o centro da circunferência, P é ponto da circunferência no 1º quadrante, $CP = 1$, então \overline{PQ} vale:

- a) 1,5r
 b) 2r
 c) 2,5r
 d) 3r



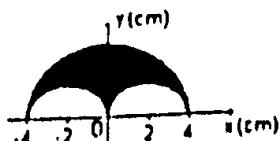
21) (AFA-97) Se $\cos(\alpha - 10^\circ) = 0,94$, $\cos(\pi + 2\alpha) = -0,94$ e $0 < \alpha < 45^\circ$, então α , em graus, vale:

- a) 5 b) 10 c) 15 d) 20

22) (AFA-97) Um quebra-luz tem formato de um cone de geratriz 12cm e altura 9cm. Uma lâmpada acessa no vértice do cone, projeta no chão um círculo de 4cm de diâmetro. Então, a distância entre a lâmpada e o chão em cm é:
 a) $\left(\frac{18}{63}\right)\sqrt{3}$ b) $\left(\frac{18}{63}\right)\sqrt{63}$
 c) $\left(\frac{1800}{63}\right)\sqrt{3}$ d) $\left(\frac{1800}{63}\right)\sqrt{63}$

23) (AFA-97) O volume em cm^3 de uma cunha esférica de 60° em uma esfera de raio 3cm é:
 a) 3π b) 6π c) 9π d) 18π

24) (AFA-97) A região R da figura está limitada por três semi-circunferências. Sabendo-se que tal região efetua uma volta completa em torno do eixo Ox, então o volume do sólido gerado por ela, em cm^3 é:
 a) $\frac{2^6}{3}\pi$ b) $\frac{2^2}{3}\pi$ c) $2^6\pi$ d) $2^8\pi$



25) (AFA-97) Qual das afirmações abaixo é verdadeira?
 a) Se o polinômio $P(x) = x^3 + Ax^2 + Bx - 8$ é divisível por $(x - 1)$ e por $(x + 2)$, então o resto da divisão de $P(x)$ por $(x - 3)$ é -6;

b) A função $y = \cos x - \sin x$, somente em termos de $\sin x$, é dada por $y = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$;

c) Se os números A, B e 1 são raízes da equação $x^3 - 6x^2 + 1x - 6 = 0$, então $A^2 + B^2 = 12$;

d) Se $S = \left\{x \in \mathbb{R} / |\sin x| < \frac{1}{2}\right\}$ e $T = \left\{x \in \mathbb{R} / -1 < \cos x < 0\right\}$ então, $S \cap T = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{5\pi}{6} < x < \frac{7\pi}{6}\right\}$ para $0 < x < 2\pi$

26) (AFA-97) Dada a seqüência de retas $(r_n)_{n \in \mathbb{N}}^*$ tal que

$$(r_{10}) \quad y = \frac{x}{1024} + \frac{13}{2} \quad (r_{11}) \quad y = \frac{x}{2048} + 7$$

$(r_{12}) \quad y = \frac{x}{4096} + \frac{15}{2}$ é correto afirmar que a reta (r_1) passa pelo ponto:
 a) (3,2) b) (3,4) c) (4,4) d) (4,6)

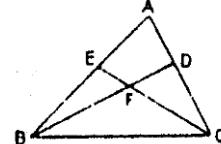
27) (AFA-97) Qual a razão entre os perímetros do triângulo equilátero inscrito numa circunferência ao raio r e do triângulo equilátero com altura r ?
 a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{5}{3}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{5}$

28) (AFA-97) Qual das equações abaixo representa a circunferência inscrita no triângulo de vértices A(3,5), B(9,5) e C(3,11)?

- a) $x^2 + y^2 - 12x - 8y + 70 = 0$
 b) $x^2 + y^2 - 6x - 12y + 66 = 0$
 c) $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 68 = 0$
 d) $x^2 + y^2 - 10x - 14y + 72 = 0$

29) (AFA-97) Sejam os triângulos ABC e CDE. O triângulo ABC está inscrito em uma circunferência de raio $\sqrt{3}$. $\overline{CA} = \sqrt{3}$ e ainda AB é um diâmetro da mesma. Os vértices D e E do triângulo CDE são a intersecção do prolongamento dos lados CA e CB com a reta paralela a AB e tangente a mesma circunferência. O valor de DE é:
 a) 9 b) $5\sqrt{3}$ c) $6 + \sqrt{3}$ d) $2(2 + \sqrt{3})$

30) (AFA-97) Considerando-se a figura abaixo, pode-se afirmar que :



- a) Se o triângulo ABC é isósceles então os triângulos ABD, ACE e BCD são sempre, dois a dois, congruentes;
 b) Os triângulos ABD e AEC são congruentes se os lados AB e AC forem congruentes e F o incentro do triângulo ABC;
 c) Os triângulos ABD e AEC são congruentes se os lados AB e BC forem congruentes e F o ortocentro do triângulo ABC;
 d) Os triângulos BEF e CDF são congruentes se os lados AB e BC forem congruentes e F o baricentro do triângulo ABC.

31) (AFA-97) A soma das raízes da equação $\sin 3x + \sin 2x = 0$ para $0 \leq x \leq \pi$ é:

- a) $\frac{6\pi}{5}$ b) $\frac{9\pi}{5}$ c) $\frac{11\pi}{5}$ d) $\frac{13\pi}{5}$

32) (AFA-97) Qual o valor numérico da área do polígono que tem como vértices a intersecção da circunferência de centro C(2,0) e raio 4, com os eixos coordenados?

- a) $8\sqrt{2}$ b) $8\sqrt{3}$ c) $16\sqrt{2}$ d) $16\sqrt{3}$

33) (AFA-97) Qual é o perímetro em cm de um triângulo retângulo, com hipotenusa 5cm que inscreve uma circunferência de raio $r = 1\text{cm}$?

- a) 10 b) 11 c) 12 d) 13

34) (AFA-97) O valor numérico do raio da circunferência que intersecciona a parábola $x^2 - 2x - 4y - 1 = 0$ no eixo das abscissas, e tem seu centro no foco da mesma é:

- a) 1 b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{5}{2}$

35) (AFA-97) Seja uma Progressão Geométrica de 3 termos positivos com razão 2. O primeiro termo, o último e a soma dos 3 termos dessa PG nessa ordem formam os três primeiros termos de uma Progressão Aritmética. A razão entre os termos 24 e 34 dessa PA é:

- a) 0,4 b) 0,7 c) 1,4 d) 1,7

36) (AFA-97) Qual das equações abaixo representa a circunferência centrada no eixo das abscissas e tangente externamente no ponto de intersecção da bissetriz do primeiro quadrante com a circunferência $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 17 = 0$?

- a) $x^2 + y^2 - 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$
 b) $x^2 + y^2 + (6 - \sqrt{2})x = 0$
 c) $x^2 + y^2 - (6 + \sqrt{2})x = 0$
 d) $x^2 + y^2 - 19 + 6\sqrt{2} = 0$

37) (AFA-97) A área da circunferência que circunscreve o triângulo determinado pelas retas (r_1) $y = 2x+1$, (r_2) $2y + x - 12 = 0$ e (r_3) $y = 1$ é:

- a) 9π b) 18π c) 25π d) 36π

38) (AFA-97) Numa pirâmide hexagonal regular a aresta da base mede 4cm. Sabendo-se que a área lateral da pirâmide é 60 cm^2 então o seu volume, em cm^3 , é:

- a) $8\sqrt{39}$ b) $48\sqrt{3}$ c) $16\sqrt{13}$ d) $48\sqrt{13}$

39) (AFA-97) Um tronco de pirâmide cujas bases são quadrados de lados medindo 10 e 4 cm e cuja altura de uma face lateral mede 9 cm, tem seu volume, em cm^3 , igual a:

- a) $116\sqrt{2}$ b) $140\sqrt{2}$ c) $156\sqrt{2}$ d) $312\sqrt{2}$

40) (AFA-97) Numa urna são colocados números maiores que 2500 formados com os algarismos 1, 2 ,3, 4 e 5 sem repetição. A probabilidade de se retirar dessa urna um número com apenas quatro algarismos é:

- a) $0,\overline{3}$ b) $0,\overline{34}$ c) $0,\overline{37}$ d) $0,\overline{39}$