AFA – Matemática – 1998

1. Em um grupo de **n** cadetes da Aeronáutica, 17 nadam, 19 jogam basquetebol, 21 jogam voleibol, 5 nadam e jogam basquetebol, 2 nadam e jogam voleibol, 5 jogam basquetebol e voleibol e 2 fazem os três esportes. Qual o valor de **n**, sabendo-se que todos os cadetes desse grupo praticam pelo menos um desses esportes?

a) 31
b) 37
c) 47
d) 51

2. Entrevistando 100 oficiais da AFA, descobriu-se que 20 deles pilotam a aeronave TUCANO, 40 pilotam o helicóptero ESQUILO e 50 não são pilotos. Dos oficiais entrevistados, quantos pilotam o TUCANO e o ESQUILO?

a) 5
b) 10
c) 15
d) 20

3. Quanto devemos adicionar a cada um dos números **k + 3**, **k**, **k - 2** para que, nesta ordem, formem uma Progressão Geométrica?

a) 6 - k
b) 6 + k
c) 1 - 6k
d) 1 + 6k

4. As raízes da equação $x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0$ formam uma Progressão Geométrica de razão

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5

5. Se A, B e C são as raízes da equação $5x^3 - 7x + 12 = 0$, então $\frac{1}{AB} + \frac{1}{BC} + \frac{1}{AC}$ é

a) -2
b) -1
c) 0
d) 1

6. A equação $7x^4 - 5x^3 + (R - 6)x^2 + (3S - 2)x + T - 9 = 0$ tem uma raiz tripla em x = 0. O Produto $R \cdot S \cdot T$ é

a) -18
b) -14
c) 16
d) 36

7. Lançando-se 4 dados, sucessivamente, o número de maneiras de se obter soma 7 é

a) 20
b) 24
c) 72
d) 216

8. O número de anagramas da palavra **ALAMEDA** que não apresenta as 4 vogais juntas é

a) 96
b) 744
c) 816
d) 840

9. A quantidade de números naturais de 4 algarismos distintos, formados por **1**, **2**, **3**, **4**, **5** e **6**, que contém o algarismo **3** ou o algarismo **4** é

a) 196
b) 286
c) 336
d) 446

10. Seja P(3,1) o ponto médio do segmento AB, onde A é intersecção da reta (t) com a reta (r) $3x - y = 0$ e B, a intersecção de (t) com a reta (s) $x + 5y = 0$. O coeficiente angular de (t) é

a) negativo.
b) par positivo.
c) 5, pois (t) é perpendicular à (s).
d) nulo, isto é, a reta é do tipo y = k, k = constante.

11. A reta (s), simétrica de (r) $x - y + 1 = 0$ em relação à reta (t) $2x + y + 4 = 0$,

a) passa pela origem.
b) forma um ângulo de 60^o com (r).
c) tem $-\frac{1}{5}$ como coeficiente angular.
d) é paralela à reta de equação $7y - x + 7 = 0$.

12. Inscreve-se um quadrilátero convexo ABCD em uma circunferência tal que $A\hat{B}C = x^o$. Então, $A\hat{C}B + B\hat{D}C$, em graus, é o

a) suplementar de x.

b) suplementar de 2x.
c) complementar de x.
d) complementar de 2x.

13. Seja f: $[1,\infty) \to [-3,\infty)$ a função definida por $f(x) = 3x^2 - 6x$. Se g: $[-3, \infty) \to [1,\infty)$ é a função inversa de f, então $[g(6) - g(3)]^2$ é

a) 5
b) $2\sqrt{6}$
c) $5 - 2\sqrt{6}$
d) $-5 + 2\sqrt{6}$

14. O lugar geométrico dos pontos do plano cartesiano que, juntamente com os pontos A(-3,5) e B(3,5), determina triângulos com perímetro 2p = 16 cm é uma

a) elipse.
b) parábola.
c) hipérbole.
d) circunferência.

15. Seja ABC um triângulo retângulo em A, circunscrito por uma circunferência de raio **r**, e $A\hat{B}C = x$. A razão entre a área do triângulo e o quadrado da metade do valor da hipotenusa é

a) sen 2x

b) $\frac{\text{sen}^2 x}{2}$

c) $\frac{\cos^2 x}{2}$

d) $\frac{\cos 2x}{2}$

16. O valor da expressão $\cos 35^o (\text{sen } 25^o + \cos 55^o) + \text{sen } 35^o (\cos 25^o - \text{sen } 55^o) + \frac{\text{tg } 31^o + \text{tg } 14^o}{1 - \text{tg } 31^o \cdot \text{tg } 14^o}$ é

a) $\frac{\sqrt{2}-3}{2}$

b) $\frac{3+\sqrt{2}}{2}$

c) $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$

d) $\frac{2-\sqrt{3}}{3}$

17. A área da intersecção das regiões do plano cartesiano limitada por $x^2 + (y - 4)^2 \leq 25$ e $y \leq 4\left(\frac{x}{3}+1\right)$ é

a) $\frac{9\pi}{2}$

b) $\frac{17\pi}{2}$

c) $\frac{25\pi}{2}$

d) $\frac{31\pi}{2}$

18. Seja $\frac{a^{-y}}{1+a^{-y}} = x$, com $a \in \mathbf{R}$, $a > 0$ e $a \neq 1$. Determinando-se y em função de x, o domínio da função assim definida é

a) $\{x \in \mathbf{R} \mid x \geq 0\}$.
b) $\{x \in \mathbf{R} \mid x \geq 1\}$.
c) $\{x \in \mathbf{R} \mid x < 1\}$.
d) $\{x \in \mathbf{R} \mid 0 < x < 1\}$.

19. Corta-se um pedaço de arame de comprimento 98 cm em duas partes. Com uma, faz-se um quadrado, com a outra, um retângulo com base e altura na razão de 3 para 2. Se a soma das áreas compreendidas pelas duas figuras for mínima, o comprimento, em cm, do arame destinado à construção do quadrado será

a) 36
b) 48
c) 50
d) 54

20. Seja f uma função real que satisfaz as seguintes propriedades:
I) f(0) = 1;
II) 0 < f(1) < 1; e
III) $f(x + y) = f(x)f(y) \quad \forall x, y \in \mathbf{R}$.

Então, a expressão f(0) + f(1) + f(2) + f(3) +...+ f(9) é equivalente a

a) $\frac{[f(1)]^9 - 1}{f(1) - 1}$

b) $\frac{[f(1)]^{10} - 1}{f(1) - 1}$

c) $\dfrac{[f(1)]^9 - f(1)}{f(1) - 1}$

d) $\dfrac{[f(1)]^{10} - f(1)}{f(1) - 1}$

21. Se $\log_{10} x \le (\log_2 4 \cdot \log_4 6 \cdot \log_6 8) - 1$, então

a) $0 < x \le 10^2$
b) $10^2 < x \le 10^4$
c) $10^4 < x \le 10^6$
d) $10^6 < x \le 10^8$

22. O conjunto-solução da inequação

$(0,5)^{x(x-2)} < (0,25)^{x-1,5}$ é

a) $\{x \in \mathbf{R} \mid x < 1\}$.
b) $\{x \in \mathbf{R} \mid x > 3\}$.
c) $\{x \in \mathbf{R} \mid 1 < x < 3\}$.
d) $\{x \in \mathbf{R} \mid x < 1 \text{ ou } x > 3\}$.

23. Uma aeronave decola, iniciando seu vôo sob um ângulo de 30^o, em relação ao solo, mantendo-se sob tal inclinação nos primeiros 500 metros. Em seguida, diminui em 15^o o seu ângulo de inclinação, mantendo-se assim por 1 quilômetro. Logo após, nivela-se até iniciar a aterrissagem. Qual é, aproximadamente, a altura dessa aeronave, em metros, em relação ao solo, durante o seu vôo nivelado?

a) 400
b) 500
c) 600
d) 700

24. O conjunto-solução, em **R**, da equação

(cos x)(sen 2x) = (sen x)(1 + cos 2x), é

a) □□
b) **R**.
c) $\{x \in \mathbf{R} \mid x = 2k□ \pm □/2,\ k \in \mathbf{Z}\}$.
d) $\{x \in \mathbf{R} \mid x = 2k□ \pm □/3,\ k \in \mathbf{Z}\}$.

25. No triângulo retângulo ABC, os catetos AB e AC medem, respectivamente, $2 + \sqrt{2}$ e 2. Seja D um ponto de AB, tal que $\overline{AD} = \overline{AC}$. Se α e β são, respectivamente, as medidas de $A\hat{D}C$ e $A\hat{B}C$, então $\text{tg}(\alpha + \beta)$ é

a) $\sqrt{2} - 1$
b) $\sqrt{2} + 2$
c) $2\sqrt{2} - 1$
d) $2\sqrt{2} + 1$

26. Seja **P** o produto dos fatores (sen n^o + cos n^o), onde n = 45, 46, 47, ..., 149, 150. Pode-se afirmar que

a) $\mathbf{P} = 0$
b) $\mathbf{P} = 2^{90}$
c) $1 \le \mathbf{P} < 8$
d) $8 \le \mathbf{P} \le 2^{90}$

27. A função real $f(x) = \text{sen}^2 x + \cos x$ tem valor máximo em

a) $x = (2k + 1)\pi,\ k \in \mathbf{Z}$
b) $x = (k \pm 1/6)\pi,\ k \in \mathbf{Z}$
c) $x = (2k + 1/2)\pi,\ k \in \mathbf{Z}$
d) $x = (2k \pm 1/3)\pi,\ k \in \mathbf{Z}$

28. O valor de $\text{sen}\left(\dfrac{\pi}{2} + \dfrac{\pi}{4} + \ldots + \dfrac{\pi}{2^n} + \ldots\right)$, $n \in \mathbf{N}$, é

a) -1

b) 0

c) $\dfrac{1}{2}$

d) 1

29. O conjunto-solução da inequação $\dfrac{1}{4} \le \text{sen } x \ \cos x < \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, para $0 \le x \le □$, é

a) $\{x \in \mathbf{R} \mid \dfrac{\pi}{12} \le x < \dfrac{\pi}{6}\}$.

b) $\{x \in \mathbf{R} \mid \dfrac{\pi}{12} < x < \dfrac{5\pi}{3}\}$.

c) $\{x \in \mathbf{R} \mid \dfrac{5\pi}{12} \le x \le \dfrac{5\pi}{6}\}$.

d) $\{x \in \mathbf{R} \mid \dfrac{\pi}{12} \le x \le \dfrac{5\pi}{12}\}$.

30. Um círculo com área 100□ cm^2 possui uma corda de 16 cm. Qual a área, em cm^2, do maior círculo tangente a essa corda e a esse círculo em pontos distintos?

a) 36π
b) 49π
c) 64π
d) 81π

31. O pentágono ABCDE está inscrito em uma circunferência de centro O. Se o ângulo $A\hat{O}B$ mede 40^{o}, então, a soma dos ângulos $B\hat{C}D$ e $A\hat{E}D$, em graus, é

a) 144
b) 180
c) 200
d) 214

32. Dois vértices de um triângulo eqüilátero pertencem a dois lados de um quadrado cuja área é 1 m^2. Se o terceiro vértice do triângulo coincide com um dos vértices do quadrado, então, a área do triângulo, em m^2, é

a) $2\sqrt{3} - 1$
b) $2\sqrt{3} + 1$
c) $-3 + 2\sqrt{3}$
d) $3 + 2\sqrt{3}$

33. Seja ABCD um quadrado, ABE um triângulo eqüilátero e E um ponto interior ao quadrado. O ângulo $A\hat{E}D$ mede, em graus,

a) 55
b) 60
c) 75
d) 90

34. Seja o triângulo eqüilátero DEF, inscrito no triângulo isósceles ABC, com $\overline{AB} = \overline{AC}$ e DE paralelo a BC. Tomando-se $A\hat{D}E = \alpha$, $C\hat{E}F = \beta$ e $D\hat{F}B = \gamma$ pode-se afirmar que

a) $\alpha + \beta = 2\gamma$
b) $\gamma + \beta = 2\alpha$
c) $2\alpha + \gamma = 3\beta$
d) $\beta + 2\gamma = 3\alpha$

35. A intersecção de 3 superfícies esféricas distintas pode ser, somente, ou

a) 1 ponto, ou vazia, ou 1 circunferência.
b) 1 ponto, ou vazia, ou 2 circunferências.
c) 1 segmento de reta, ou vazia, ou 1 circunferência.
d) 2 pontos, ou 1 ponto, ou vazia, ou 1 circunferência.

36. Qual das afirmações abaixo é verdadeira?

a) Por uma reta dada pode-se conduzir um plano paralelo a um plano dado.
b) Se uma reta é paralela a dois planos, então esses planos são paralelos.
c) Por um ponto qualquer é possível traçar uma reta que intercepta duas retas reversas dadas.
d) Se duas retas concorrentes de um plano são, respectivamente, paralelas a duas retas de outro plano, então estes planos são paralelos.

37. A relação entre o raio da esfera inscrita, e o da esfera circunscrita a um tetraedro regular é

a) 1/3
b) 3/4
c) 1/4
d) 2/3

38. Seja uma pirâmide de base quadrada com arestas de mesma medida. O arc cos do ângulo entre as faces laterais que se interceptam numa aresta é

a) -2/3
b) -1/3
c) 1/3
d) 2/3

39. A área total da pirâmide regular de apótema A_2, onde A_1 e 2p são, respectivamente, apótema e perímetro de sua base, é

a) $p(A_1 + A_2)$

b) $\frac{p}{2}(A_1 + A_2)$

c) $2p(A_1 + A_2)$

d) $p(A_1 + \frac{A_2}{2})$

40. A razão entre os volumes de dois cones eqüiláteros de alturas **h** e **2h** é

a) 1/2

b) 1/4

c) 1/6

d) 1/8