

AFA – Matemática – 2002

01. Assinale a alternativa que contém a afirmação correta.

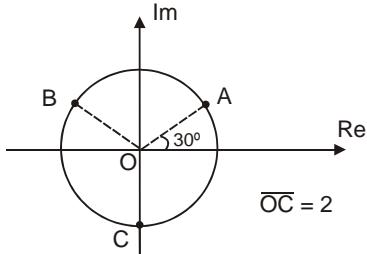
- a) $\forall x, y, x \in \mathbb{R}, \sqrt{(x+y)^2} = x+y$.
- b) $\forall x, y, x \in \mathbb{Z}^*, \text{ se } \frac{x}{y} \text{ é inteiro então } \frac{y}{x} \text{ é inteiro.}$
- c) $\forall x, y, x \in \mathbb{Z}, \frac{x+y}{1+x}$ é um número racional.
- d) $\forall x, y, x \in \mathbb{Z}, \frac{x+y}{1+x^2}$ é um número racional.

02. Considere no campo complexo uma curva tal que $\operatorname{Im}\left(\frac{2}{z}\right) \geq k$,

onde z é um complexo não nulo. Se $k = 2$, tem-se sua representação gráfica dada pelo:

- a) círculo de raio $\frac{1}{4}$ e tangente ao eixo real;
- b) Círculo de raio $\frac{1}{2}$ e tangente ao eixo imaginário;
- c) Conjunto de pontos do plano complexo exterior ao círculo de raio $\frac{1}{2}$ e centro $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$;
- d) Círculo de raio $\frac{1}{2}$ e tangente ao eixo real.

03. Os pontos A , B e C são afixos das raízes cúbicas do número complexo z .



Se n é o menor natural não nulo para o qual z^n é um real positivo, então n é igual a: a) 8 b) 6 c) 4 d) 2

04. A cada ano que passa, o valor de uma máquina diminui 10% em relação ao do valor do ano anterior. Se V for o valor da máquina no ano da compra, após 10 anos será:

- a) $(0, 9)^{10} V$ b) $(0, 5)^9 V$ c) $(0, 1)^9 V$

05. Sendo

$$S = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{9} + \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{27} + \dots + \frac{\pi}{2^n} + \frac{\pi}{3^n} + \dots, \text{ o valor do}$$

$\cos(S - x)$ é igual a:

- a) $-\sin x$ b) $\sin x$ c) $-\cos x$ d) $\cos x$

06. Se o polinômio $P(x) = x^m - 2b^n x^{m-n} + b^m$ é divisível por $x + b$, sendo $n < m$, $n \in \mathbb{N}$, $m \in \mathbb{N}^*$ e $b \neq 0$, então, ocorrerá necessariamente:

- a) m par e n ímpar; b) m ímpar e n par; c) m ímpar e n ímpar; d) m par e n par.

07. As equações $1) y^3 - y^2 + ay - b = 0$ e $2) y^2 - 3y + 2 = 0$ onde $a \in \mathbb{R}$,

apresentam, respectivamente, as soluções:

$S_1 = \{\gamma, \alpha, \beta\}$ e $S_2 = \{\alpha, \beta\}$ sendo $\gamma < \alpha < \beta$. É correto afirmar que:

- a) $a - b \neq 0$ b) $2\gamma = a$ c) $\beta - \gamma = 0$ d) $\beta + \gamma = a + b$

08. A palavra que não muda o seu sentido, quer se leia da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda, é chamada **palíndromo** (Ex., ovo, asa, acaíaca, serres, etc.). Considerando-se as 23 letras do nosso alfabeto, quantos anagramas de 6 letras com características de um **palíndromo**, pode-se formar? a) 23^6 b) 23^3 c) 3^{23} d) 6^{23}

09. Sendo $p(x) = \sum_{p=0}^6 \binom{6}{p} x^{6-p} \cdot 2^p$, a soma das raízes de $p(x)$ é um número do intervalo:

- a) $[-13, 0]$ b) $[11, 15]$ c) $[60, 70]$ d) $[-3, 3]$

10. Numa demonstração de pára-quedismo, durante a queda livre, participam 10 pára-quedistas. Em um certo momento, 7 deles devem dar as mãos e formar um círculo. De quantas formas distintas eles poderão ser escolhidos e dispostos nesse círculo? a) 120 b) 720 c) 86400 d) 151200

11. Na Academia da Força Aérea, existem 8 professores de matemática e 6 de física. Para participar de um congresso no Rio de Janeiro, deverá ser formada uma comissão de 4 professores. A probabilidade de participarem dessa comissão 3 professores de matemática e 1 de física é de:

- a) $\frac{3}{1001}$ b) $\frac{48}{143}$ c) $\frac{21}{286}$ d) $\frac{4}{13}$

12. As matrizes A , B e C são do tipo $m \times 3$, $n \times p$ e $4 \times r$, respectivamente. Se a matriz transposta de (ABC) é do tipo 5×4 , então:

- a) $m = p$ b) $mp = nr$ c) $n + p = m + r$ d) $r = n$

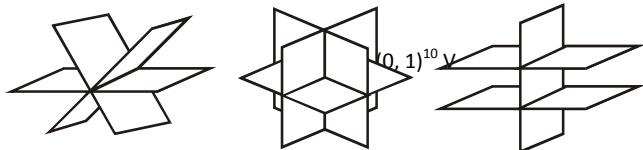
13. É dada a matriz $A = \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}$, onde a e b são números reais.

Se $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 25 \end{pmatrix}$, então o determinante de A vale:

- a) $2a^2$ b) $-2a^2$

14. O conjunto de soluções de uma única equação linear $a_1x + a_2y + a_3z = b$ é representado por um plano no sistema de coordenadas retangulares xyz (quando a_1, a_2, a_3 não são todos iguais a zero). Analise as figuras a seguir.

- (I) Três planos se cortando numa reta. (II) Três planos se cortando num ponto. (III) Três planos sem interseção.



Assinale a opção verdadeira.

- a) A figura I representa um sistema de três equações com uma única solução.
b) A figura III representa um sistema de três equações cujo conjunto solução é vazio.
c) A figura II representa um sistema de três equações com uma infinidade de soluções.
d) As figuras I e III representam um sistema de três equações com soluções iguais.

15. As equações paramétricas $\begin{cases} x = \sin^2 t \\ y = \cos^2 t \end{cases}$ representam:

- a) um segmento de reta de extremos $(0, 1)$ e $(1, 0)$
b) uma elipse de eixo maior igual a $\frac{1}{2}$

c) uma hipérbole de eixo real horizontal

d) uma circunferência de centro $(0, 0)$ e raio igual a 1

16. As diagonais de um losango estão contidas nas retas (r) $(3m - 1)x + (m - 2)y = 0$ e (t) $x + (m + 1)y + m + 2 = 0$. É correto afirmar que os possíveis valores de m :

- a) têm soma igual a 2 b) têm produto igual a 3
 c) pertencem ao intervalo $[-3, 3]$ d) têm sinais opostos

17. A equação $y = 3 + \sqrt{4 - (x - 1)^2}$ representa:

- a) elipse de eixo maior igual a 2
 b) parábola de vértice $V(1, 3)$ e parâmetro $p = \frac{1}{2}$
 c) hipérbole de eixo real vertical e centro $C(1, 3)$
 d) semicircunferência de centro $C(1, 3)$ e raio $r = 2$

18. Dada a equação $ax^2 + by^2 = c$, onde a , b e c são reais **NÃO** nulos, é correto afirmar que, necessariamente, sua representação gráfica é uma:

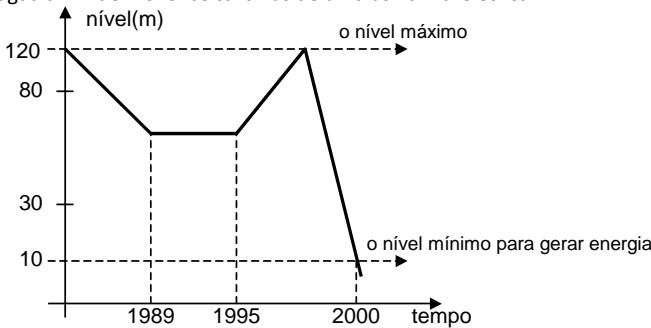
- a) circunferência, se $a = b$ b) hipérbole, se $a = -b$ e $c = b$
 c) elipse de centro na origem, se $a \neq b$ e $c = 1$
 d) circunferência, se $a = b$ e $c > 0$

19. "O Brasil tem um encontro marcado com o caos. No dia 1º de junho começa o plano de racionamento de energia".

"O modelo energético brasileiro é baseado quase que exclusivamente em hidrelétricas, que produzem 97% da energia consumida no país. Sem chuva, entra em colapso".

Revista Veja - 16/05/01

No gráfico abaixo, tem-se o nível da água armazenada em uma barragem ao longo dos últimos anos, que foi construída para represar água a fim de mover as turbinas de uma usina hidrelétrica.



Analise as alternativas e marque a opção correta.

- a) O nível da água permaneceu constante num período de 8 anos.
 b) O nível de 80 metros foi atingido exatamente duas vezes até o ano 2000.
 c) Após o ano de 2000, o nível da água da barragem foi insuficiente para gerar energia.
 d) No período de 1995 a 2000, o nível da água só diminuiu.

20. Considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 2, & \text{se } x \leq 0 \\ 1, & \text{se } 0 < x < 2 \\ -x + 2, & \text{se } x \geq 2 \end{cases} \text{. Então, pode-se afirmar que o conjunto}$$

imagem dessa função é

- a) $\{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 0\}$ b) $\{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 0 \text{ ou } y = 1 \text{ ou } y \geq 2\}$

c) $\{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 0 \text{ ou } y = 1 \text{ ou } y \geq \frac{7}{4}\}$

d) $\{y \in \mathbb{R} \mid y = 1 \text{ ou } y \geq \frac{7}{4}\}$

21. Analise e classifique as sentenças como **V**(verdadeiras) ou **F**(falsas).

- () f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \cos x$ é par.
 () f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \sin x$ é sobrejetora.
 () f: $[0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$ definida por $y = \cos x$ é inversível.
 () f: $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{B}$ definida por $y = \sin x$ é inversível, se, e somente se, $\mathbb{B} = [0, 1]$.

A alternativa que corresponde à seqüência correta é:

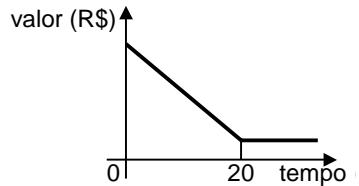
- a) V F V F b) F F V F c) V F V V d) F V F V

22. Sejam as funções g e f definidas por $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que

$$g(x) = \begin{cases} 2, & \text{se } |x| > 2 \\ -1, & \text{se } |x| \leq 2 \end{cases} \text{ e } f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ tal que } f(x) = x - 2. \text{ Sobre a composta } (gof)(x), \text{ é correto afirmar que:}$$

- a) se $x \geq 1$, então $(gof)(x) = -1$
 b) se $x \leq 0$, então $(gof)(x) = 2$
 c) se $x \leq -1$, então $(gof)(x) = -1$
 d) se $x \leq 1$ e $x \geq 0$, então $(gof)(x) = -1$

23. Um veículo de transporte de passageiro tem seu valor comercial depreciado linearmente, isto é, seu valor comercial sofre desvalorização constante por ano. Veja a figura seguinte.



Esse veículo foi vendido pelo seu primeiro dono, após 5 anos de uso, por R\$ 24.000,00. Sabendo-se que o valor comercial do veículo atinge seu valor mínimo após 20 anos de uso, e que esse valor mínimo corresponde a 20% do valor que tinha quando era novo, então esse valor mínimo é, em reais:

- a) menor que 4500 b) maior que 4500 e menor que 700
 c) múltiplo de 7500 d) um número que **NÃO** divide 12000

24. Uma malharia familiar fabrica camisetas a um custo de R\$ 2,00 cada uma e tem uma despesa fixa semanal de R\$ 50,00. Se são vendidas x camisetas por semana, ao preço de $\left(\frac{22}{3} - \frac{x}{30}\right)$ reais a unidade, então, o número de camisetas que deve ser vendido por semana para se obter o maior lucro possível é:

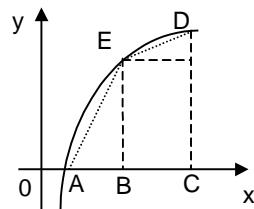
- a) 60 b) 65 c) 80 d) 90

25. O domínio da função real expressa pela lei

$$f(x) = \sqrt{x[(x+1)^{-1} - (x-1)^{-1}]} \text{ é } x \in \mathbb{R}, \text{ tal que:}$$

- a) $x < -1$ ou $0 \leq x < 1$ b) $-1 < x \leq 0$ ou $x > 1$
 c) $x < -1$ ou $0 < x < 1$ d) $-1 < x < 0$ ou $x > 1$

26. A curva abaixo representa o gráfico da função f definida por $f(x) = \log_a x$. Se B e C têm coordenadas respectivamente iguais a $(2, 0)$ e $(8, 0)$, e se a área do trapézio $BCDE$ é igual a 6, então, pode-se dizer que a área do triângulo ABE é:



- a) um número irracional. b) um número primo.
c) um número quadrado perfeito. d) uma dízima periódica.

27. Sejam f e g funções definidas por

$f(x) = x^2 - 4x + 3$ e $g(x) = \log_{x+1}x$. O domínio de $(gof)(x)$ é o conjunto dos números reais x , tais que

- a) $0 < x < 1$ ou $x > 3$ b) $x < 1$ ou $x > 3$
c) $1 < x < 3$ e $x \neq 0$ d) $x > 3$

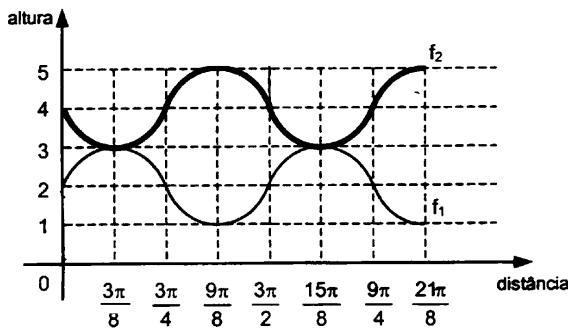
28. Todo número real positivo pode ser descrito na forma 10^x . Tendo em vista que $2 = 10^{0.30}$, então o expoente x , tal que $5 = 10^x$ vale, aproximadamente,

- a) 0,15 b) 0,33 c) 0,50 d) 0,70

29. Um aro circular de arame tem 5cm de raio. Esse aro é cortado e o arame é estendido ao longo de uma polia circular de raio 24cm. O valor do seno do ângulo central (agudo), que o arco formado pelo arame determina na polia é:

- a) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ b) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ c) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ d) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$

30. Em uma apresentação da esquadrilha da fumaça, dois pilotos fizeram manobras em momentos diferentes deixando rastros de fumaça, conforme mostra a figura abaixo.



As funções f_1 e f_2 que correspondem às manobras executadas pelos pilotos são:

- a) $f_1(x) = 2 - \operatorname{sen}\left(\frac{4}{3}x\right)$ e $f_2(x) = 4 - \operatorname{sen}\left(\frac{4}{3}x\right)$
b) $f_1(x) = 2 + \operatorname{sen}\left(\frac{4}{3}x\right)$ e $f_2(x) = 4 - \operatorname{sen}\left(\frac{4}{3}x\right)$
c) $f_1(x) = 4 + \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}x\right)$ e $f_2(x) = 2 - \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{4}{3}x\right)$
d) $f_1(x) = 1 + \operatorname{sen}\left(\frac{2}{3}x\right)$ e $f_2(x) = 1 - 3 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{4}{3}x\right)$

31. Analise as alternativas seguintes e classifique-as como verdadeiras (V) ou falsas (F).

I – O período e o conjunto-imagem da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$(x) = \frac{1}{4} \cdot \operatorname{sen}x \cdot \cos x \text{ são, respectivamente, } 2\pi \text{ e } \left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right]$$

II – A função $y = 2 \operatorname{arc} \cos 4x$ tem por domínio o conjunto de todos os valores de x pertencentes a $\left[0, \frac{1}{4}\right]$

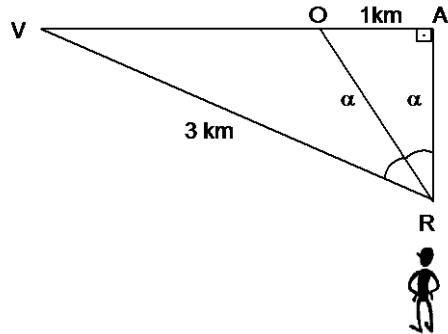
III – Para todo $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, o valor de $(\operatorname{tg}^2 x + 1) \cdot (\operatorname{sen}^2 x - 1)$ é -1

A opção que corresponde à classificação acima é:

- a) F – V – F b) V – V – F c) F – F – V d) V – F – V

32. Ao saltar do avião que sobrevoa o ponto A (veja figura), um pára-quedista cai e toca o solo no ponto V. Um observador que está em R contacta a equipe de resgate localizada em O. A distância, em km,

entre o ponto em que o pára-quedista tocou o solo e a equipe de resgate é igual:



- a) 1,15
b) 1,25
c) 1,35
d) 1,75

33. Uma das raízes da equação

(I) $4x^3 - 12x^2 - x + m = 0$ ($m \in \mathbb{J}$) é a solução da equação

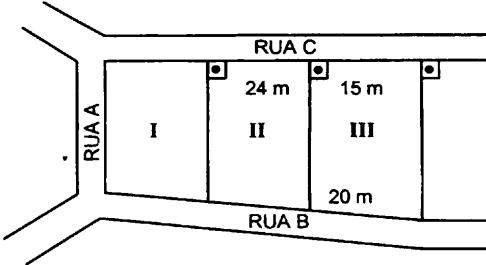
(II) $\operatorname{tg} \frac{\pi x}{12} = 1$ no intervalo $[0, \pi]$. Então, pode-se afirmar que o produto das raízes da equação (I) vale:

- a) $-\frac{1}{3}$ b) $-\frac{1}{2}$ c) $-\frac{2}{5}$ d) $-\frac{3}{4}$

34. O conjunto dos valores reais de x que tornam verdadeira a desigualdade $\cos^2(x - \pi) \geq \pi$ é:

- a) $\{x \in \mathbb{J} \mid x \leq -\sqrt{\pi} \text{ ou } x \geq \sqrt{\pi}\}$
b) $\{x \in \mathbb{J} \mid -\sqrt{\pi} \leq x \leq \sqrt{\pi}\}$ c) \mathbb{J} d) \emptyset

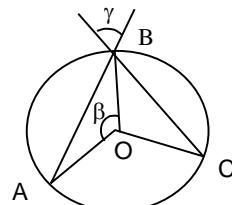
35. No desenho abaixo, estão representados os terrenos I, II e III



Quantos metros de comprimento deverá ter o muro que o proprietário do terreno II construirá para fechar o lado que faz frente com a rua B? a) 28 b) 29 c) 32 d) 35

36. Na figura abaixo, os pontos A, B e C pertencem à circunferência de centro O e raio r. Se $\beta = 140^\circ$ e $\gamma = 50^\circ$, então, a área do triângulo BOC é:

- a) $\frac{r\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{r^2\sqrt{2}}{3}$
c) $\frac{r\sqrt{2}}{9}$ d) $\frac{r^2\sqrt{3}}{4}$



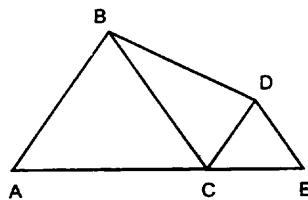
37. Na figura abaixo, os triângulos ABC e CDE são equiláteros. Se a razão entre as áreas desses triângulos é $\frac{9}{4}$ e o perímetro do menor é 12, então, a área do quadrilátero ABDE:

a) $2 + \sqrt{3}$

b) $9\sqrt{3}$

c) $11 - \sqrt{3}$

d) $19\sqrt{3}$



38. Considere as proposições a seguir:

- I - Se dois planos são paralelos, então toda reta que é paralela a um deles é paralela ou está contida no outro.
- II - Se uma reta é paralela a um plano, então é paralela a todas as retas do plano.
- III - Se uma reta possui dois pontos distintos num plano, então ela está contida no plano.
- IV - Se dois planos são secantes, toda reta de um, sempre intercepta o outro plano.

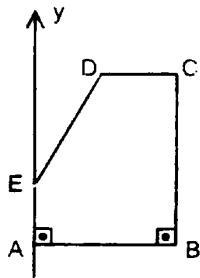
Pode-se afirmar que as proposições verdadeiras são

- a) I e IV b) II e III c) I e III d) II e IV

39. A área total do sólido gerado pela rotação do polígono ABCDE em torno do eixo y, que contém o lado AE, é, em m^2 , igual a:

- a) 144π b) 150π c) 168π d) 170π

Dados: $AE = 2m$ / $\overline{AB} = 6m$ / $\overline{BC} = 6m$ / $\overline{CD} = 3m$



40. A figura seguinte representa uma pirâmide regular de base quadrada, onde M é o ponto médio de DE e CM pertence ao plano da base. Se $\overline{DE} = 100m$, $\overline{AB} = 10m$, $\overline{AC} = 12m$ e $\overline{AM} = 28m$, então, o volume (em m^3) de uma esfera cujo raio é $1/5$ da altura dessa pirâmide é igual a:

a) 4500π

b) 3375π

c) 2200π

d) 1125π

