AFA – Matemática – 2003

01. Analise as proposições abaixo, classificando-as em V (verdadeiro) ou F (falso), considerando funções reais.

( ) O domínio e a imagem da função g definida por $g(x) = \sqrt{9 - x^2}$ são, respectivamente, [–3, 3] e [0, +∞[.

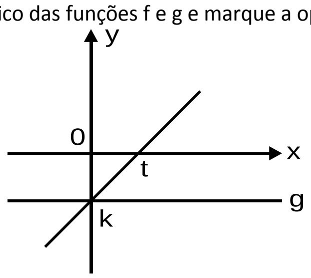
( ) Se $f(x) = x^2$ e $g(x) = f(x + m) – f(x)$ então g(2) é igual a m(4 + m).

( ) Se $h(x) = \left|\frac{1}{x}\right|$, então $h^{-1}(x) = h(x)$.

A seqüência correta é:

a) F – V – V b) F – V – F c) V – F – V d) V – V – F

02. Analise o gráfico das funções f e g e marque a opção correta.

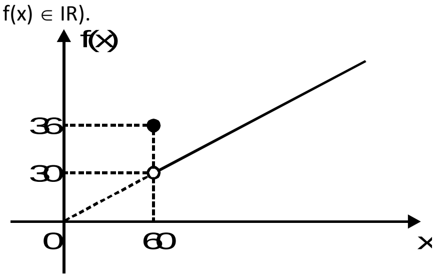


a) O gráfico da função h(x) – f(x) é uma reta ascendente.
b) O conjunto imagem da função s(x) = f(g(x)) é IR.
c) f(x) . g(x) ≥ 0 ∀ x ≥ t. d) g(f(x)) = g(x) ∀ x ∈ IR.

03. Considere a função f: IR → IR tal que f(x) = $\begin{cases} x-1, \text{ se } x \geq 1 \\ 1-x, \text{ se } x < 1 \end{cases}$ e assinale a alternativa verdadeira.

a) r é sobrejetora. b) f é par. c) f não é par nem ímpar.
d) Se f é definida de IR em IR_+, f é bijetora.

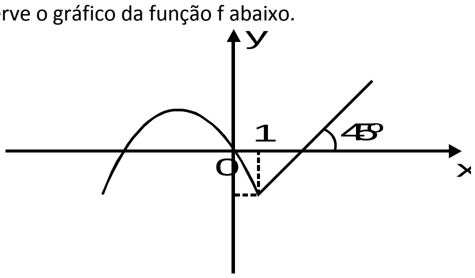
04. Na figura abaixo, tem-se o gráfico da função real f em que f(x) representa o preço, pago em reais, de x quilogramas de um determinado produto.
(Considere f(x) ∈ IR).



De acordo com o gráfico, é **INCORRETO** afirmar que:

a) o preço pago por 30 quilogramas do produto foi R$ 18,00;
b) com R$ 110,00, foi possível comprar 55 quilogramas do produto;
c) com R$ 36,00, foi possível comprar 72 quilogramas do produto;
d) com R$ 32,00, compra-se tanto 53,333... quilogramas, quanto 64 quilogramas do produto.

05. Observe o gráfico da função f abaixo.



Sabendo-se que f é definida por f(x) = $\begin{cases} ax^2 + bx + c, \text{ se } < 1 \\ px + k, \text{ se } \geq 1 \end{cases}$ analise as alternativas e marque a opção correta.

a) ac < 0 b) pk ≥ 0 c) p = –1 d) ab > 0

06. O conjunto {x ∈ IR | f(x) < 0} onde f: IR → IR é definida por f(x) = $ax^2 + 2a^2x + a^3$, com a ∈ IR^*_-, é:

a)]–∞; –a[b)]–∞; –a[∪]–a; +∞[c)]–∞; a[∪]a; +∞ d)]–a; +∞[

07. Analise os itens abaixo classificando-os em V (verdadeiro) ou F (falso).

( ) Em IR, o conjunto solução da inequação $8 . (0{,}5)^x – 1 \leq 0$ é dado por [a, +∞[

( ) A função real $y = e^{1-x}$ é crescente ∀x ∈ IR (considere **e** a base dos logaritmos neperianos).

( ) Se $f(x) = 2^x$, então f(a) . f(b) é sempre igual a f(a + b), onde a e b são reais quaisquer.

A seqüência correta é:

a) F – F – V b) V – V – F c) F – V – V d) V – F – F

08. O conjunto-solução da equação
$\log_{x-2} (x + 2)^2 = 2$ é:

a) ∅ b) {x ∈ IR | x > 3} c) {x ∈ IR | 2 < x < 3}
d) {x ∈ IR | x > 2 e x ≠ 3}

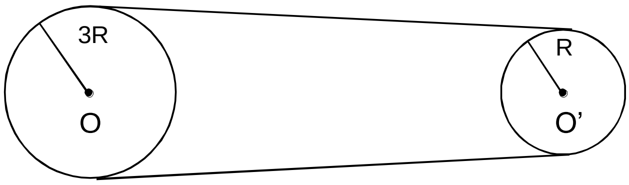
09. "Na semana passada, a Secretaria Municipal de Saúde do Rio de Janeiro anunciou que 5000 bombeiros participarão da campanha de combate à epidemia de dengue na cidade. É mais uma tentativa de deter o ritmo alucinante de crescimento da doença." Veja. 13 de março de 2002-08-28

Suponha uma cidade com 128.000 habitantes e que, em determinada ocasião, fosse realizado, constatou-se que a taxa de aumento de pessoas contaminadas era de 50% ao mês, Com base nisso, pode-se afirmar que, caso não tomasse nenhuma providência.

Dados: log 2 = 0,3 e log 3 = 0,48

a) toda população seria contaminada em dois meses.
b) em três meses, apenas 18.000 pessoas seriam contaminadas.
c) 40.500 pessoas seriam contaminadas em quatro meses.
d) dez mil pessoas seriam contaminadas exatamente na metade de um mês.

10. As duas polias da figura giram simultaneamente em torno de seus respectivos centros O e O', por estarem ligadas por uma correia inextensível.



Quantos graus deve girar a menor polia para que a maior dê uma volta completa?

a) 1080º b) 120º c) 720º d) 2160º

11. Simplificando a expressão

$\operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(4\pi - x) + \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$, obtém-se uma nova expressão E O conjunto domínio, o conjunto-imagem e o período da função f(x) = E são, respectivamente,

a) $\{x \in IR \mid x \neq k\pi, k \in Z\}, IR, \pi$ b) $IR, [-1, 1], 2\pi$

c) $\left\{x \in IR \mid x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\right\}, IR, \pi$

d) $\{x \in IR \mid x \neq k\pi, k \in Z\}, [-1, 1], 2\pi$

12. Considere a função real definida por $y = \dfrac{\cos 2x}{1 + \operatorname{sen} 2x}$ e as seguintes afirmações:

I - A função é decrescente em todo seu domínio

II - O gráfico da função apresenta assíntotas nos arcos $\dfrac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in Z$

III - A função é negativa em $\left[0, \dfrac{\pi}{4}\right[$

IV - A função admite inversa em $\left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$

São verdadeiras somente as afirmações contidas nos itens

a) I e II b) II e III c) III e IV d) I e IV

13. Dado que $\operatorname{sen} x + \cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, tem-se que $\cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$ vale:

a) $\dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}$ b) $-\dfrac{2}{3}$ c) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ d) $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

14. Dadas as retas de equações

$r: y = ax + b$

$r_1: a_1x + b_1$

determine a relação entre a, a_1, b e b_1 que está correta.

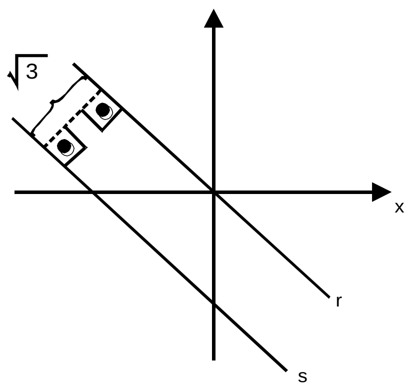
a) Se $a = a_1$ e $b \neq b_1$ tem-se r // r_1

b) Se a = a_1 e b = b_1 tem-se r $\neq r_1$

c) Se a $\neq a_1$ tem-se $r = r_1$

d) Se a $\neq a_1$ e b $\neq b_1$ tem-se r // r_1

15. Na figura abaixo, as retas r e são paralelas. Se P(x,y) $\in$ s, então x + y é igual a



a) $\sqrt{3}$ b) $-\sqrt{3}$ c) $-\sqrt{6}$ d) $\sqrt{6}$

16. Considere as afirmativas abaixo:

I) as retas $r: \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{-3} = 1$ e $s: \begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = 3t \end{cases}$ são perpendiculares.

II) a equação $4x = y^2$ representa uma parábola com eixo de simetria horizontal.

III) $-\dfrac{x^2}{3} - \dfrac{y^2}{9} = 1$ representa uma hipérbole.

É(são) corretas a(s) afirmativas(s)

a) I, II e III. b) I, II e III. c) III somente. d) II somente.

17. A circunferência de equação $x^2 + y^2 - 8x + 16 = 0$ e centro C é tangente ao eixo das abscissas no ponto A e é tangente ao eixo das ordenadas no ponto B. A área do triângulo ABC vale: a) 4 b) 8 c) 12 d) 16

18. Sobre o triângulo PF_1F_2 onde P(2, 2) e F_1 e F_2 são focos de elipse $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{25} = 1$, é correto afirmar que:

a) é isósceles. b) é obtusângulo. c) tem área igual a 16

d) tem perímetro igual a $2\sqrt{2} + 8$

19. ABC é um triângulo retângulo em A e $\overline{CX}$ é bissetriz do ângulo $B\hat{C}A$, onde X é ponto do lado $\overline{AB}$. A medida $\overline{CX}$ é 4 cm e a de $\overline{BC}$, 24 cm.

Sendo assim, a medida do lado $\overline{AC}$, em centímetros, é igual a

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6

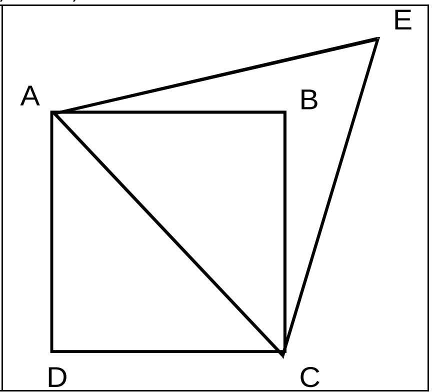
20. Na figura, o triângulo AEC é eqüilátero e ABCD é um quadrado de lado 2 cm. A distância BE, em cm, vale

a) $2\sqrt{3}$

b) $\sqrt{6} - 1$

c) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

d) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$



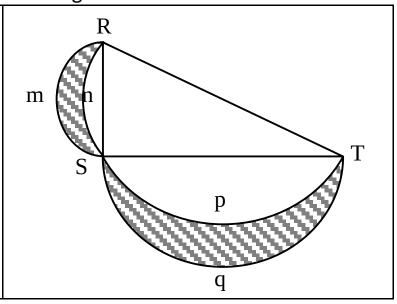
21. Na figura, RST é um triângulo retângulo em S. Os arcos RnSpT, RmS e SqT são semicircunferências cujos diâmetros são, respectivamente, RT, SR e ST. A soma das áreas das figuras hachuradas está para a área do triângulo RST na razão

a) $\dfrac{1}{3}$

b) $\dfrac{1}{2}$

c) 1

d) $\dfrac{3}{2}$

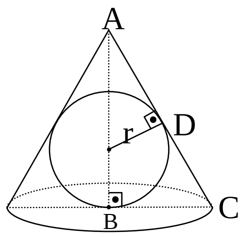


22. Um poliedro platônico, cujas faces são triangulares, tem 30 arestas. Determine o número de arestas que concorrem em cada vértice. a) 3 b) 5 c) 4 d) 6

23. Seja P uma pirâmide cujo vértice é o centro de uma das faces de um cubo de aresta **a** e cuja base é a face oposta. Então, a área lateral dessa pirâmide é igual a

a) $a^2\sqrt{5}$ b) $2a^2\sqrt{3}$ c) $a^2\sqrt{3}$ d) $\dfrac{a^2\sqrt{5}}{4}$

24. Na figura seguinte, tem-se uma esfera de maior raio contida num cone reto e tangente ao plano da base do mesmo. Sabe-se que o raio da base e a altura desse cone são, respectivamente, iguais a 6 cm e 8 cm. A metade do volume da região do cone exterior à esfera é, em cm^3, igual a:



a) 66π b) 48π c) 30π d) 18π

25. Marque **V** para verdadeiro **F** para falso e, a seguir, assinale a opção correspondente.

( ) Sendo A um conjunto com x elementos e B um conjunto com y elementos, o número de funções $f: A \to B$ é xy

( ) Uma urna contém **n** bolas numeradas (de 1 a n). Se **s** bolas são retiradas sucessivamente e com reposição, o número de seqüências de resultados possíveis é $\mathbf{n^s}$

( ) Com **n** algarismos distintos, entre eles o zero, pode-se escrever $\mathbf{n^4}$ números distintos de 4 algarismos.

a) F – V – V b) V – F – V c) V – F – F d) F – V – F

26. No desenvolvimento de $(x^r + x^{-r})^n$, ordenado pelas potências decrescentes de x, sendo r > 0 e **n** natural, o coeficiente do 5º termo que é independente de x é igual a:

a) 252 b) 70 c) 10 d) 8

27. Em um balcão de supermercado, foram esquecidas 2 sacolas. Uma continha 3 latas de atum, 2 latas de ervilha e 5 de sardinha; a outra, **x** latas de atum, 3 latas de ervilha e 3 de sardinha. Escolhe-se ao acaso uma sacola e retira-se uma lata. Qual é o menor valor de **x** para que a probabilidade de tratar-se de uma lata de atum seja, no mínimo, 50%? a) 13 b) 14 c) 15 d) 16

28. Sejam m e n números reais com $m \neq n$ e as matrizes $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Para que a matriz mA + nB seja **NÃO** inversível é necessário que:

a) m e n sejam positivos. b) m e n sejam negativos.

c) n + 7m = 0 d) $n^2 = 7m^2$

29. O valor do determinante de uma matriz de ordem n é 21. Se dividirmos a segunda linha desta matriz por 7 e multiplicarmos a matriz por 3, o valor do novo determinante será: a) 3^n b) 3^{n+1} c) 3n d) 3n + 3

30. A condição que deve ser satisfeita pelos termos independentes **a**, **b** e **c** (**a, b** e **c** $\in \mathbb{R}^*$) para que seja compatível o sistema $\begin{cases} x + 2y - z = a \\ y + 2z = b \\ x + 3y + z = c \end{cases}$ é estabelecida por:

a) c – a + b = 0 b) a + b + c = 0 c) c + a – b = 0 d) a + b – c = 0

31. As quantidades dos produtos que Elaine, Pedro e Carla compraram num mercado estão esquematizadas na tabela que segue:

	produto A	produto B	produto C
Elaine	1	2	3
Pedro	3	6	2
Carla	2	4	1

Sabendo-se que Pedro gastou R$ 21,00 e Carla R$ 13,00, pode-se concluir, necessariamente, que:

a) Elaine gastou R$ 10,00.

b) o preço do produto C é R$ 3,00.

c) o preço do produto A é R$ 1,00.

d) o preço do produto B é R$ 3,00.

32. Hotel Fazenda B

Chalés com acomodação para até 10 pessoas. Diária do Chalé: 80 reais Refeição opcional (14 reais por dia por pessoa)

O Sr. Souza, esposa e filhos optaram pelo passeio acima anunciado e, aproveitando as férias escolares, passaram 5 dias hospedados no Hotel Fazenda B fazendo todas as refeições, gastando ao todo 1100 reais, dos quais 280 reais cobriram despesas com telefone, frigobar e lazer.

É correto afirmar que:

a) a família levou 6 filhos.

b) as despesas com refeições totalizaram 400 reais.

c) no chalé sobraram 4 acomodações.

d) se não tivessem ocorrido as despesas extras com frigobar, telefone e lazer, eles poderiam ter ficado mais 1 dia e teriam economizado ainda 120 reais.

33. Em julho de 2001, uma pessoa gastava 27,3% do seu salário com o pagamento da prestação da casa própria. Em 2002, houve dois reajustes no seu salário: 40% em janeiro e 30% em junho. Se, em julho de 2002, o aumento daquela prestação foi de 130%, que porcentagem de seu salário a pessoa passou a gastar?

a) 29,7% b) 32,7% c) 34,5% d) 36,9%

34. Dado o número complexo z tal que $z + 2\bar{z} - 9 = 3i$, é correto afirmar que:

a) $|z| = 3\sqrt{10}$ b) $z = 3\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i\ \text{sen}\frac{7\pi}{4}\right)$

c) $\bar{z} = 9 - 3i$ d) $z^{-1} = \frac{1+i}{3}$

35. Analise as alternativas e marque a correta.

a) Dado o complexo z = m + mi, onde $m \in \mathbb{R}^*$ e i é a unidade imaginária, pode-se dizer que o afixo de $(\bar{z})^2$ é, em relação à origem, simétrico do afixo $(-2m^2,0)$.

b) No plano de Argand-Gauss os complexos z, tais que $|z - 1| \le 1$, são representados pelos pontos do círculo de centro (0, 1) e raio unitário.

c) Se $n \in \mathbb{N}$ e i é a unidade imaginária, então $(i^{n+1} + i^n)^8$ é um número real maior do que zero.

d) Se z = a + bi ($a \in \mathbb{R}^*$, $b \in \mathbb{R}$ e i é a unidade imaginária) é um complexo, então $z - \bar{z}$ é sempre um número complexo imaginário puro.

36. Uma P.A. cujo primeiro termo é zero e uma P.G. cujo primeiro termo é 1 possuem a mesma razão. O nono termo da P.G. é igual ao quadrado do nono termo da P.A.. Então:

a) uma das razões comum é –2. b) a razão comum é –1.

c) a razão comum é 1. d) não existem as duas progressões.

37. Considere uma P.G. onde o 1º termo é a, a > 1, a razão é q, q > 1, e o produto dos seus termos é c. Se $\log_a b = 4$, $\log_q b = 2$ e $\log_c b = 0{,}01$, então a soma dos termos da P.G. é:

a) $\frac{a^{41} - a}{a^2 - 1}$ b) $\frac{a^{40} - a}{a^2 - 1}$ c) $\frac{a^{41} - 1}{a^2 - 1}$ d) $\frac{a^{40} - 1}{a^2 - 1}$

38. Analise as proposições abaixo, classificando-as em **V** (verdadeiro) ou **F** (falso):

( ) Se $p(x) = 2x^3 - (p-1)x + 4$ e $m(x) = qx^3 + 2 + q$ são polinômios idênticos, então $p^2 + q^2 = 5$

( ) Dividindo-se $A(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ por B(x), obtém-se o quociente C(x) = 1 + x e resto R(x) = C(x). Pode-se afirmar que B(x) é tal que B(0) = 0

( ) Se f, g e h são polinômios de grau m, n e q (m, n, q são naturais e m > n > q), então o grau de (f + g) . h é dado por m + q

A seqüência correta é:

a) F – V – V b) V – V – F c) V – F – V d) V – V – V

39. Marque a alternativa correta.

a) Se a unidade real é raiz de multiplicidade k da equação P(x) = 0, então P(x) é divisível por $(x – 1)^m$, com 0 P m P k e m inteiro

b) A equação de coeficientes reais $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 = 0$, pode ter duas raízes **NÃO** reais conjugadas se $a_0 = a_1 = a_3 = 0$, $a_2 > 0$ e $a_4 < 0$

c) Se P(x) = 0 tem 1, 2 e 3 como raízes, e se P(x) é um polinômio não nulo de grau m, então m > 3

d) Considerando i a unidade imaginária, se a equação $x^2 + bx + c = 0$,{ b, c } ⊂ □ ,admite $\alpha + \beta i$ ($\alpha \in$ ⌡ e $\beta \in$ ⌡*) como raiz, necessariamente admitirá também a raiz $\alpha - \beta i$

40. Seja **a** > 1 e **e** a base dos logaritmos neperianos, o valor real de m para o qual a equação $x^3 - 9x^2 + (\log_e a^m + 8)x - \log_e a^m = 0$ tenha raízes em progressão aritmética, é dado por

a) $m = \log_e a - 8$ b) $m = \log_e a - 9$ c) $m = \dfrac{15}{\log_e a}$

d) $m = -\dfrac{9}{8}\log_e a$