AFA – Matemática – 2004

01. Analise as proposições abaixo, classificando-as em VERDADEIRA(S) ou FALSA(S).

I - Se $x \in R$, então $\sqrt{x^2} = x$ para $x \geq 0$ ou $\sqrt{x^2} = -x$ se $x < 0$

II - Se **a** e **b** são números reais, a > 0, b > 0, p > 1 e $\frac{a+bp^2}{a+b} > p$, então $\frac{a}{b} > p$

III - Se um mesmo serviço pode ser feito pelo operário A em 8 horas e por B em 12 horas, quando operam separadamente, então durante 3 horas, trabalhando juntos, executam uma parte correspondente a 62,5% do serviço.

Tem-se a seqüência correta:

a) V, F, V b) V, F, F c) F, F, V d)V, V, V

02. No conjunto universo S dado por

S = $\{(x,y) \in RXR \mid 0 \leq x \leq 1 e 0 \leq y \leq 1\}$, é definido o subconjunto

M = {(x, y) $\{(x,y) \in RXR \mid 0 \leq x \leq 1 e 0 \leq y \leq \frac{1}{2}\}$

Pode-se afirmar que C_S^M é igual a

a) $\{(x,y) \in RXR \mid 0 < x < 1 e \frac{1}{2} < y < 1\}$

b) $\{(x,y) \in RXR \mid 0 < x \leq \frac{1}{2} e \frac{1}{2} \leq y \leq 1\}$

c) $\{(x,y) \in RXR \mid \frac{1}{2} < x \leq 1 e 0 \leq y \leq \frac{1}{2}\}$

d) $\{(x,y) \in RXR \mid 0 \leq x \leq 1 e \frac{1}{2} < y \leq 1\}$

03. Analise as sentenças abaixo, classificando-as em Verdadeira(s) ou Falsa(s), considerando **i =** $\sqrt{-1}$ **.**

A seguir, assinale a alternativa que apresenta a seqüência correta.

I - A representação geométrica dos números complexos z tais que |z - (1 - i)| ..≤ 2 é círculo de centro C(1, -1) e raio 2

II - A forma trigonométrica de z = $\frac{1+i}{i}$ é

z = $\sqrt{2}\,(\cos\frac{7\pi}{4} + i sen\frac{7\pi}{4})$

III - Se z = cos α, então $z.\bar{z} = -i^2$, ∀ α ∈ R

a) V, V, V b) V, V, F c) F, F, V d)V, F, V

04. Num certo jogo de azar, apostando-se uma quantia x, tem-se uma das duas possibilidades seguintes:

1º) perde-se a quantia x apostada;

2º) recebe-se a quantia 2x.

Uma pessoa jogou 21 vezes da seguinte maneira: na 1ª vez apostou 1 centavo; na 2ª vez apostou 2 centavos; na 3ª vez apostou 4 centavos e assim por diante, apostando em cada vez o dobro do que havia apostado na vez anterior. Nas 20 primeiras vezes, ela perdeu. Na 21ª vez, ela ganhou. Comparando a quantia total T perdida e a quantia Q recebida, tem-se que Q é igual a

a) $\frac{T}{2}$ b) 2T c) 2(T + 1) d) T + 1

05. Sendo $P(x) = x + 3x^3 + 5x^5 + 7x^7 + 9x^9 + ... + 999x^{999}$, o resto da divisão de P(x) por (x - 1) é:

a) 249.500 b) 250.000 c) 250.500 d) 251.000

06. A equação $x^3 + mx^2 + 2x + n = 0$, onde m e n são números reais e $i^2 = -1$, admite 1 + i como raiz. Então m + n é igual a: a) -2 b) 0 c) 1 d) 2

07. Se você vai comprar algo que custa cinqüenta e cinco centavos, em uma máquina automática, e dispõe de oito moedas de cinco centavos do mesmo modelo e cinco de dez centavos também do mesmo modelo, então, existem **n** seqüências possíveis de introduzir as moedas, totalizando cinqüenta e cinco centavos. O valor de **n** é

a) 133 b) 127 c) 24 d) 4

08. Sabendo-se que no desenvolvimento de $(1 + x)^{26}$ os coeficientes dos termos de ordem (2r + 1) e (r + 3) são iguais, pode-se afirmar que **r** é igual a

a) 8 ou 4 b) 8 ou 2 c) 4 ou 2 d) 2 ou 1

09. Em uma urna contendo 12 bolas amarelas, 15 bolas brancas e 18 bolas pretas, a probabilidade de retirar três bolas de cores diferentes é

a) 38% b) 22,8% c) 11,4% d) $\frac{1}{376}$

10. Se **A** = $(a_{ij})_{2x3}$ e **B** = $(b_{ij})_{3x4}$, a expressão para encontrar o elemento c_{23}, onde **AB** = (c_{ij}), é igual a

a) $a_{21}b_{31} + a_{22}b_{32} + a_{23}b_{33}$ b) $a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21} + a_{33}b_{31}$

c) $a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23} + a_{23}b_{33}$ d) $a_{23}b_{32}$

11. O determinante associado à matriz $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & sena & 1 \\ 4 & 1 & 2sena \end{bmatrix}$ é igual ao menor valor da função $y = x^2 - 2x + 1$. Então, o maior valor de **a** no intervalo [0, 2π] é

a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{5\pi}{6}$ c) $\frac{3\pi}{4}$ d) $\frac{7\pi}{4}$

12. Analise as proposições abaixo, classificando-as em VERDADEIRA(S) ou FALSA(S).

I - O sistema linear $\begin{cases} x+y=0 \\ x+z=0 \\ y+mz=0 \end{cases}$ é indeterminado para m= -1 e uma de suas soluções é a terna ordenada (- 1, 1, 1)

II - Para que o sistema $\begin{cases} (m+1)x+7y=10 \\ 4x+(m-2)y=0 \end{cases}$ seja impossível deve-se ter m = -5, somente.

III - Na equação matricial

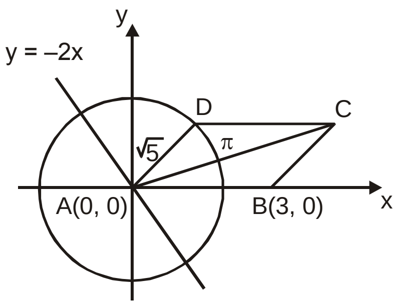
$\begin{bmatrix} x-1 & y+2 \\ z & x+y+z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ a soma x + y + z é igual a 3

Tem-se a seqüência correta:

a) V, V, F b) F, V, F c) V, F, V d) F, F, V

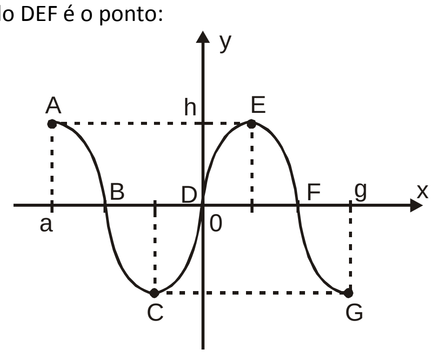
13. Os pontos A (0, 0) e B (3,0) são vértices consecutivos de um paralelogramo ABCD situado no primeiro quadrante. O lado AD é perpendicular à reta y = -2x e o ponto D pertence à circunferência de centro na origem e raio $\sqrt{5}$. Então, a diagonal AC mede:

a) $\sqrt{38}$
b) $\sqrt{37}$
c) $\sqrt{34}$
d) $\sqrt{26}$



14. Na figura abaixo, tem-se a representação gráfica da função real f(x)= 2 sen x/2 para x ∈ [a, g]. É correto afirmar que o baricentro do triângulo DEF é o ponto:

a) $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{3}\right)$
b) $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{2}{3}\right)$
c) $\left(\pi, \frac{1}{3}\right)$
d) $\left(\pi, \frac{2}{3}\right)$



15. A equação (x+y)(x - y) = 1 representa
a) uma hipérbole com excentricidade e = $\sqrt{2}$
b) duas retas perpendiculares entre si.
c) uma elipse com centro na origem.
d) uma hipérbole cuja distância focal é igual a 2.

16. Com relação ao conjunto de pontos P(x, y) eqüidistantes da reta y = 3 e da origem do sistema cartesiano ortogonal, é INCORRETO afirmar que é uma curva
a) representada por $x^2 - 6y - 9 = 0$.
b) cujas coordenadas do vértice têm soma igual a 1,5.
c) que representa uma função par.
d) cujo parâmetro é igual a 3.

17. Considere as funções reais

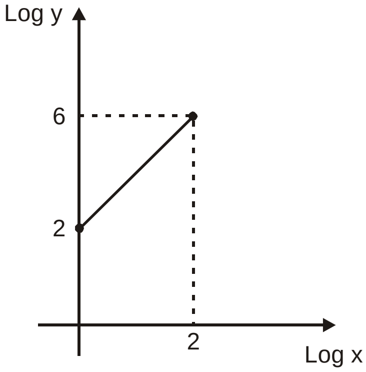
$$(fog)(x) = \begin{cases} 4x^2 - 6x - 1 & \text{se } x \geq 1 \\ 4x + 3 & \text{se } x < 1 \end{cases} \quad \text{e } g(x) = 2x - 3$$

Com base nessas funções classifique as afirmativas abaixo em VERDADEIRA(S) ou FALSA(S).
I - f(x) é par.
II - f(x) admite inversa em todo seu domínio.
III - f(x) é crescente em {x ∈ R | x < -1 ou x ≥ -1}
IV - se x < -6 então f(x) > -3
A seqüência correta é:
a) V, V, F, V b) F, F, V, F c) F, F, V, V d) F, V, V, F

18. Se a função f: R→R definida por f(x) = ax -1, a ∈ R*, for crescente e f(f(4)) = 32, então pode-se afirmar que a mesma
a) é positiva para x < 0 b) é negativa para x < 1/3
c) é nula para x = 3 d) admite o valor -2/3 quando x = 1

19. Seja f (x) = $ax^2 + bx + c$ (a ≠ 0) uma função real definida para todo número real. Sabendo-se que existem dois números x_1 e x_2, distintos tais que f (x) . f (x_2) < 0, pode-se afirmar que:
a) f passa necessariamente por um máximo.
b) f passa necessariamente por um mínimo.
c) $x_1 . x_2$ é necessariamente negativo. d) $b^2 - 4ac > 0$.

20. O gráfico abaixo expressa a variação de log y em função de log x onde log é o logaritmo na base decimal.

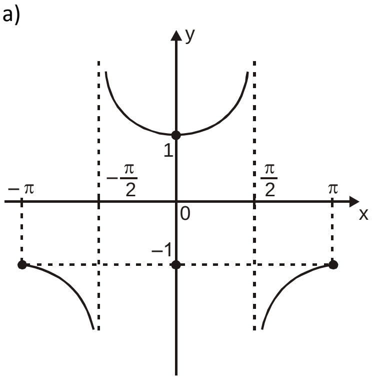


A relação correta entre x e y é igual a:
a) y = 2 + 2x b) $y = \frac{3}{2} + x$ c) y = 100 x^2 d) $y = \frac{5}{2} + x$

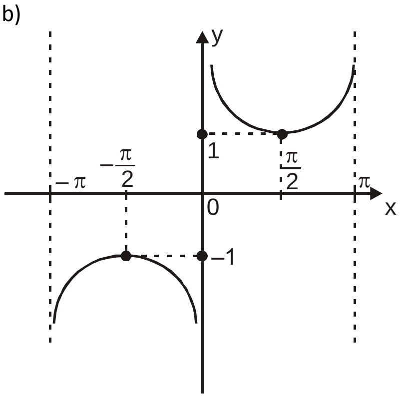
21. Todos os valores reais de x para os quais existe $f(x) = \sqrt{x^{4x-1} - x}$ são tais que:
a) x > 1 b) $0 < x \leq \frac{1}{2}$ ou $x \geq 1$ c) $0 < x < \frac{1}{2}$
d) $0 < x < \frac{1}{2}$ ou x > 1

22. Analise os itens abaixo classificando-os como VERDADEIRO(S) ou FALSO(S).
I - Se $\operatorname{sen} x + \cos x = \frac{1}{\sqrt{3}}$, então sen 2x = -0,666...
II - Se $f(x) = x^2 + \sqrt{2}x + \operatorname{sen} \alpha$, α ∈ [0, 2π], é positiva ∀x ∈ R, então $\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{5\pi}{6}$.
III - O gráfico de f (x) = sen (arc sen x) é uma reta.
A seqüência correta é:
a) V, V, F b) F, V, F c) F, V, V d) V, F, V

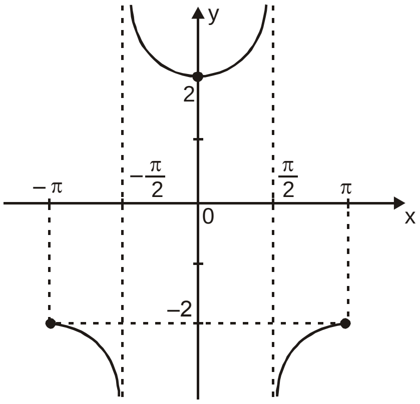
23. Seja f : D → R, definida por $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \operatorname{sen} x} + \frac{1 \operatorname{sen} x}{\cos x}$. O gráfico que MELHOR representa um período completo da função f é:
a)



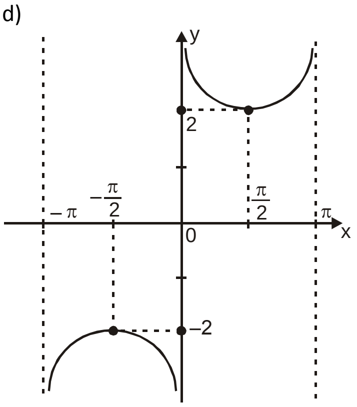
b)



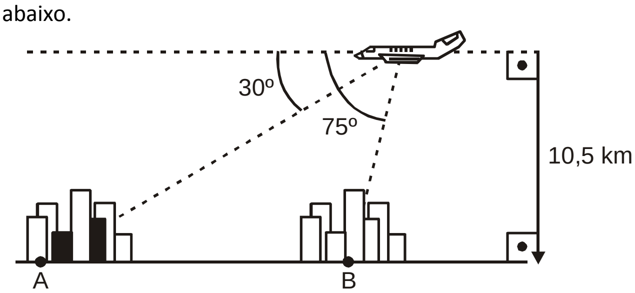
c)



d)



24. Um passageiro em um avião voando a 10,5 km de altura avista duas cidades à esquerda da aeronave. Os ângulos de depressão em relação às cidades são 30º e 75º conforme a figura abaixo.

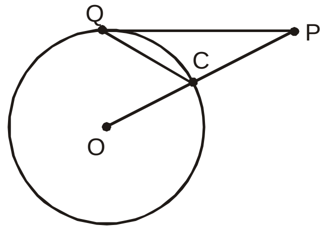


A distância, em km, entre os prédios A e B situados nessas cidades é igual a:

a) $21\left(\sqrt{3}-1\right)$ b) $\frac{21}{2}\left(\sqrt{3}-1\right)$ c) $\frac{21}{2}\sqrt{3}$ d) $\sqrt{3}-1$

25. Um trapézio a tem por bases 80 m e 60 m e por altura 24 m. A 6 m da maior base, traça-se uma paralela situada entre as duas bases do trapézio a, determinando, assim, dois outros trapézios b e c. O módulo da diferença entre as áreas dos trapézios b e c, é em m2, igual a: a) 700 b) 750 c) 820 d) 950

26. Seja PQ tangente à circunferência de centro O e raio r. Se $\overline{CQ}=r$, pode-se afirmar que $\overline{PQ}+\overline{PC}$ é igual a



a) $r+\sqrt{3}$

b) $2r+r\sqrt{3}$

c) $r\sqrt{3}$

d) $r+r\sqrt{3}$

27. Assinale a única alternativa **FALSA.**

a) Se um plano α é perpendicular a um plano β, então existem infinitas retas contidas em α e perpendiculares a β.

b) Se α e β são planos perpendiculares entre si e γ é um plano perpendicular à reta comum a α e β, então pode-se afirmar que as retas r, r = $\alpha \cap \gamma$ e s, s = $\beta \cap \gamma$, são perpendiculares entre si.

c) Se duas retas r e s são reversas, então não existem dois planos α e β, perpendiculares entre si, tais que $r \subset \alpha$ e $s \subset \beta$.

d) Duas retas do espaço, paralelas a uma terceira, são paralelas entre si.

28. Uma pirâmide regular de 6 faces laterais tem sua base inscrita num círculo de raio R. Sabendo-se que suas arestas laterais têm comprimento L, então o volume dessa pirâmide é

a) $R^2\sqrt{3(L^2-R^2)}$ b) $\frac{R^2}{2}\sqrt{L^2-R^2}$

c) $\frac{R^2}{3}\sqrt{2(L^2-R^2)}$ d) $\frac{R^2}{2}\sqrt{3(L^2-R^2)}$

29. Uma esfera de 10 cm de raio e um cone reto de 10 cm de raio da base e altura 20 cm, estão situados sobre um plano α. A distância x, de um plano β paralelo ao plano α, tal que as áreas das secções obtidas pela intercessão do plano β com os sólidos, esfera e cone, sejam iguais, é, em cm, igual a:

a) 1 b) 2 c) 4 d) 6

30. Assinale a alternativa que preenche corretamente a lacuna abaixo.

O volume do sólido gerado pela rotação de 360º da região hachurada da figura em torno do eixo é de ______________ π cm^3.

a) 230

b) $\frac{224}{3}$

c) 374

d) $\frac{608}{3}$