

AFA – Matemática – 2005

01. Considere um subconjunto A contido em \mathbb{N}^* e constituído por y elementos dos quais

13 são múltiplos de 4. 7 são múltiplos de 10.
5 são múltiplos de 20 e 9 são números ímpares.

É correto dizer que y é um número

- a) par menor que 19. b) ímpar entre 10 e 20.
c) primo maior que 21. d) múltiplo de 12.

02. Seja: $A = \left\{ x \in \mathbb{N}^* \mid \frac{24}{x} = n \text{ e } n \in \mathbb{N} \right\}$

Seja: $B = \left\{ x \in \mathbb{Z}_+ \mid \frac{3x+4}{2x+9} - 1 < 0 \right\}$

É correto afirmar que:

- a) $B - A = \{0\}$. b) $A \cup B$ tem 8 elementos. c) $A \supset B$.
d) $A \cap B = B$.

03. Considere $P_1, P_2, P_3, P_4, \dots, P_n$ os n primeiros números naturais primos consecutivos com $n \geq 5$. Se $x = P_1 \cdot P_2^2 \cdot P_3^3 \cdot P_4^4 \cdot \dots \cdot P_n^n$ e $y = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot P_4 \cdot \dots \cdot P_n$, então o número total de divisores positivos de $\frac{x}{y}$ é dado por

- a) $(n+1)!$ b) $n!$ c) $n! + 1$ d) $(n-1)!$

04. Considere $i^2 = -1$ e $\alpha \in [0, 2\pi]$, $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ e $\alpha \neq \frac{3\pi}{2}$

Se $\bar{z} = \operatorname{tg} \alpha + i$, então a soma dos valores de α para os quais $|z| = 2$ é igual a a) 2π b) 3π c) 4π d) 5π

05. Considere o número complexo z tal que $\overline{z} + z = 2 - i$, onde $i = \sqrt{-1}$ e identifique entre as opções abaixo, as que são corretas.

(01) O afixo de z é ponto do 1º quadrante.

(02) $\left(z - \frac{3}{4}\right)^{1002}$ é real positivo.

(03) O menor inteiro positivo n para o qual $\left(z + \frac{1}{4}\right)^n$ é real negativo pertence ao intervalo]2, 5[

A soma das opções corretas é igual a: a) 6 b) 5 c) 3 d) 2

06. Escolha a opção **INCORRETA**

- a) O polinômio $P(x) = x^5 - 12x^4 + \sqrt{3}x^2 - 1$ tem pelo menos uma raiz real.
b) Toda equação polinomial de grau n admite, no máximo, n raízes reais.
c) Toda equação polinomial de grau n admite exatamente n raízes complexas.
d) Se α e β são números reais positivos e a equação $\alpha x^3 - \alpha x^2 + \beta x - \beta = 0$ admite duas raízes simétricas, então todas as suas raízes são reais.

07. Três crianças, A, B e C vai dividir entre si 450 balas da seguinte maneira: A recebe uma bala; B, duas e C três. Repetindo-se o processo, A recebe quatro balas; B, cinco e C, seis e, novamente, A recebe sete e assim por diante, até que não haja mais balas para continuar o processo. A criança seguinte, receberá as balas restantes. Com base nessas informações, é correto afirmar que:

- a) o número de balas restantes foi 29 e quem recebeu foi a criança B.

b) as crianças A e C, juntas, receberam 300 balas.

c) a criança B recebe 10 balas a mais que a criança A

d) o maior número de balas que uma criança recebe antes da conclusão do processo é 15.

08. Uma prova consta de 3 partes, cada uma com 5 questões. Cada questão, independentemente da parte a que pertença, vale 1 ponto, sendo o critério de correção "certo ou errado". O número de maneiras diferentes de se alcançar 10 pontos nessa prova, se devem ser resolvidas pelo menos 3 questões de cada parte e 10 questões no total, é igual a:

- a) 75 b) 150 c) 1500 d) 1600

09. Dentro de uma caixa há nove etiquetas. Cada etiqueta recebe um número de 01 a 09, sem repetir nenhum. Retira-se três delas, uma a uma, sem reposição. A probabilidade de que os três números correspondentes às etiquetas retiradas sejam, nesta ordem, ÍMPAR – PAR – ÍMPAR ou PAR – ÍMPAR – PAR é de

- a) $\frac{1}{28}$ b) $\frac{5}{18}$ c) $\frac{20}{81}$ d) $\frac{5}{36}$

10. Analise as afirmativas abaixo e classifique-as em (V) verdadeiras ou (F) falsas:

() No desenvolvimento de $(2x + k)^7$, $k \in \mathbb{R}^*$, o coeficiente numérico do termo em x^4 é quatro vezes o coeficiente numérico do termo em x^3 . Então k vale $\frac{1}{4}$

() Sejam m e p números inteiros positivos, tais que $m - 1 \geq p$.

Então, $\binom{m-1}{p-2} + \binom{m-1}{p-1} + \binom{m}{p}$ é igual a $\binom{m+1}{p}$

() Se $\binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \dots + \binom{n}{n} = 1023$, o valor de n é igual a 10

A sequência correta é:

- a) V, V, V. b) F, F, V. c) V, F, F. d) F, V, V.

11. Considere $\alpha \in [0, 2\pi[$ e $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ e in x, o logaritmo neperiano de x ($x > 0$). Calcule o valor do determinante

$$D = \begin{vmatrix} \ln x & \ln x \sin(-\alpha) \\ \sec \alpha & \cos(-\alpha) \\ \sin \alpha & \end{vmatrix}$$

É correto afirmar que o valor de D

- a) depende do ângulo α b) nunca será nulo.
c) será positivo $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$ d) será negativo se $0 < x < 1$.

12. Considere o sistema $\begin{cases} 2x - 4y + 10z = 6 \\ 3x - 6y + mz = n \end{cases}$ em que m e n são

números reais e x, y e z são incógnitas. Para que este sistema seja possível e indeterminado deve-se ter

- a) $m = 15$ e $n = 9$. b) $m = 15$ e n qualquer.
c) $m \neq 15$ e $n \neq 9$ d) $m \neq 15$ e $n = 9$

13. Considere duas circunferências de mesmo raio, sendo $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 4 = 0$ a equação da primeira e $C_2(4, 2)$, o centro da segunda. Se a reta s contém uma corda comum a ambas circunferências, é **FALSO** que s

- a) é perpendicular à bissetriz dos quadrantes pares.
b) tem declividade positiva.
c) admite equação na forma segmentária.
d) tem coeficiente linear nulo.

14. Dados os conjuntos A e B, tais que

$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 9\}$ e $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x - y \leq m, m \in \mathbb{R}\}$
É correto afirmar que

- a) A e B são disjuntos se $m = -3\sqrt{2}$
b) $A \cap B \neq \emptyset$ se $m \geq 3\sqrt{2}$
c) A é subconjunto de B se $|m| < 3\sqrt{2}$
d) A e B nunca terão apenas um ponto comum.

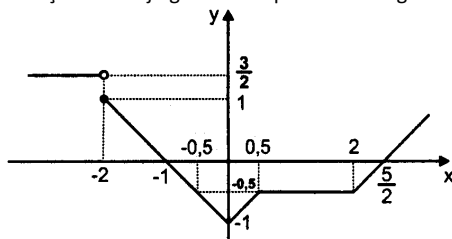
15. Analise as proposições abaixo, classificando-as em (V) verdadeiras ou (F) falsas.

- () Considere a circunferência λ e a hipérbole $2y^2 - x^2 = 8$ tendo mesmo centro. Se λ passa pelos focos da hipérbole, uma de suas equações é $x^2 + y^2 = 12$.
() Numa hipérbole equilátera, uma das assíntotas tem coeficiente angular igual a $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
() A excentricidade da elipse $x^2 + 4y^2 = 4$ é igual a $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Tem-se a sequência:

- a) V, F, V b) F, F, V c) F, V, F d) V, V, F

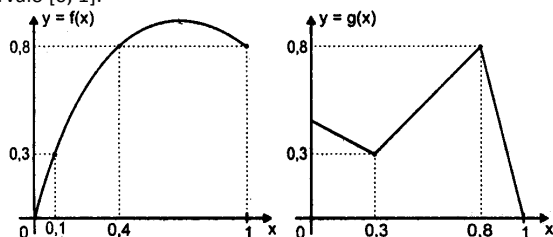
16. Seja f a função real cujo gráfico se apresenta a seguir:



Analisando o gráfico, é **INCORRETO** afirmar que:

- a) $f(f(1)) = f(0,5)$ b) $f(x) + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$
c) $f(x) \leq f(x), \forall x \in \mathbb{R}$ d) se $g(x) = f(x) - 1$, então $g(-2) = f\left(\frac{5}{2}\right)$

17. Observe os gráficos abaixo, das funções f e g, definidas no intervalo [0, 1].



Com base nos gráficos, assinale a alternativa **FALSA**.

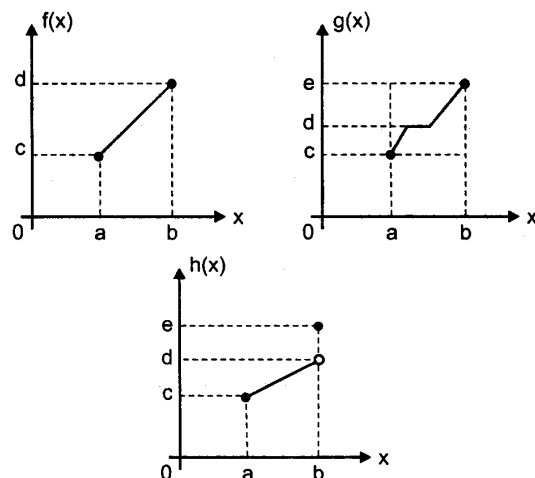
- a) $g(f(0,4)) \geq g(f(x)), \forall x \in [0,1]$ b) $g(f(0,05)) > g(f(0,1))$
c) $g(g(x)) = x, \forall x \in [0,3; 0,8]$ d) $g(f(0,6)) > g(f(1))$

18. Dada a função real f definida por $f(x) = x^2$, considere a função real g definida por $g(x) = f(x + m) + k$, sendo m e k $\in \mathbb{R}$.

É **INCORRETO** afirmar que:

- a) o gráfico da função g em relação ao gráfico da função f é deslocado k unidades para cima, se $k > 0$, e m unidades para a direita, se $m < 0$;
b) a equação do eixo de simetria da parábola que representa g é dada por $x = m$;
c) se $m = 0$ e $k = 1$, então o conjunto imagem de g é dado por $\text{Im} = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 1\}$;
d) se $m = -2$ e $k = -3$, então as coordenadas do vértice da parábola que representa g são $(-m, k)$.

19. Considere as funções f, g e h, todas de domínio [a, b] e contra-domínio [c, d], representadas através dos gráficos abaixo.

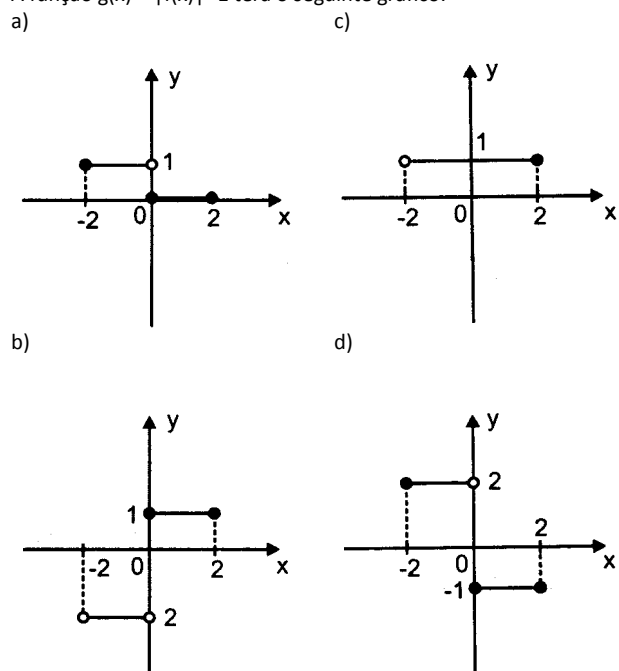


Com base nos gráficos, é correto informar que:

- a) f é uma sobrejeção, g não é uma injeção, h é uma sobrejeção;
b) f é uma sobrejeção, g é uma injeção, h não é uma sobrejeção;
c) f é uma injeção, g não é uma sobrejeção, h é uma bijeção;
d) f é uma bijeção, g não é uma injeção, h não é uma sobrejeção.

20. Considere a função $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ -2, & \text{se } -2 \leq x < 0 \end{cases}$

A função $g(x) = |f(x)| - 1$ terá o seguinte gráfico:



21. Os valores de x que satisfazem a equação $\sqrt{|x|+1} + \sqrt{|x|} = 2$ têm produto igual a:

- a) $-\frac{81}{256}$ b) $-\frac{27}{64}$ c) $-\frac{9}{16}$ d) $-\frac{3}{4}$

22. A soma dos números inteiros que satisfazem a sentença $3 \leq 2x - 3 < 6$ é um número:

- a) ímpar; b) primo; c) divisível por 3; d) que é divisor de 7.

23. Uma casa que custa R\$ 50.000,00 à vista pode ser comprada conforme um dos dois financiamentos abaixo:

- I - 50% de entrada e o restante, ao final de 2 meses, com juros compostos de 5% ao mês.
- II - R\$ 20.000,00 de entrada e uma parcela de R\$ 36.300,00, ao final de x meses com juros compostos de 10% ao mês.

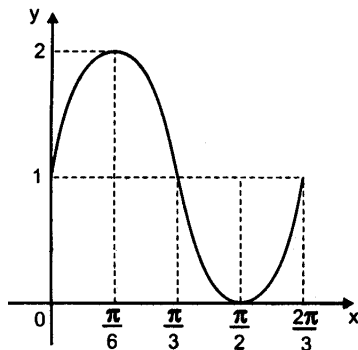
De acordo com a situação acima, é **FALSO** afirmar que:

- a) o financiamento I é mais vantajoso que o financiamento II;
- b) o valor pago a prazo no financiamento II corresponde a 72,6% do preço da casa à vista;
- c) o valor dos juros do financiamento I, corresponde a 5,2% do valor da casa à vista;
- d) quem optar pelo financiamento II pagará a parcela de R\$ 36.300,00 ao final de dois meses.

24. O domínio da função real definida por $f(x) = \sqrt{x^{1+\log_a x} - a^2 x}$ é:

- a) $a^{\sqrt{2}} \leq x \leq a^{-\sqrt{2}}$ se $0 < a < 1$
- b) $0 < x \leq a^{-\sqrt{2}}$ ou $x \geq a^{\sqrt{2}}$ se $0 < a < 1$
- c) $a^{\sqrt{2}} \leq x \leq a^{-\sqrt{2}}$ se $a > 1$
- d) $x < a^{-\sqrt{2}}$ ou $x > a^{\sqrt{2}}$ se $a > 1$

25. Sabendo que o gráfico abaixo é da função $y = a + \sin bx$, pode-se afirmar que $a + b$ é um número:



- a) par. b) primo. c) divisor de 18. d) múltiplo de 7.

26. Sabendo que $0 < x < \frac{\pi}{2}$, analise as proposições e classifique-as como verdadeiras (V) ou falsas (F).

- () Se $\alpha + x = 2\pi$, então, $\operatorname{tg} x = -\operatorname{tg} \alpha$
- () Se $\alpha + x = \frac{\pi}{2}$, então, $\sec x = \operatorname{cosec} \alpha$
- () Sendo $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{3}{5}$, então $\cos(\pi - x) = \frac{3}{5}$
- () A função $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 2$ é idêntica a função $g(x) = 2 - \cos x$

Tem-se a sequência:

- a) V, V, V, V. b) V, F, F, F. c) F, V, F, F. d) V, V, F, V.

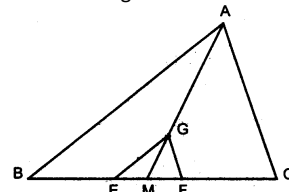
27. Considere m a raiz da equação

$$\cos 2x + 3\sin^2 x - \sin x - 3 = 0$$

no intervalo $[0, 2\pi]$. O número $\cotg m - \sec 2m$ é:

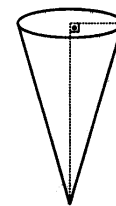
- a) 0 b) -1 c) 1 d) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

28. Considere o triângulo ABC, de lados $\overline{AB} = 15$, $\overline{AC} = 10$, $\overline{BC} = 12$ e seu baricentro G. Traçam-se GE e GF paralelos a AB e AC, respectivamente, conforme a figura abaixo.



O perímetro do triângulo GEF é um número que, escrito na forma de fração irredutível, tem a soma do numerador com o denominador igual a: a) 43 b) 40 c) 38 d) 35

29. Um recipiente no formato de uma superfície de um cone circular reto, conforme figura, tem sua superfície lateral desenvolvida em um semicírculo de área igual a $18\pi \text{ cm}^2$.



Se tal recipiente, em seu interior, armazena um líquido até os $\frac{2}{3}$ de sua altura, pode-se dizer que o volume do líquido armazenado, em cm^3 , é igual a:

- a) $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$ b) $2\pi\sqrt{3}$ c) $\frac{8\pi\sqrt{3}}{3}$ d) $8\pi\sqrt{3}$

30. A diagonal de um paralelepípedo reto retângulo mede $3\sqrt{35} \text{ cm}$ e suas dimensões são proporcionais a 1, 3 e 5. A fração irredutível $\frac{\alpha}{\beta}$ que representa a razão entre a área total do paralelepípedo e seu volume é tal que:

- a) α e β são dois números primos. b) $\alpha + \beta = 100$.
- c) $\alpha - \beta = 11$. d) $\beta - \alpha = -1$.