AFA – Matemática – 2006

01. Considere o número complexo $z = \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$ e calcule z^n. No conjunto formado pelos quatro menores valores naturais de n para os quais z^n é um número real,

a) existem números que estão em progressão aritmética de razão igual a 4.
b) há elementos cuja soma é igual a 30.
c) existe um único número ímpar.
d) existe apenas um elemento que é número primo.

02. Analise as afirmativas abaixo referentes aos números complexos $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ e $w = 1 - i$

(01) $|z| \cdot w^{10}$ é um número imaginário puro.

(02) O afixo de w^{-1} é o ponto $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

(04) A forma trigonométrica de $\bar{z} = \cos\left(\frac{11\pi}{6}\right) + i\,\text{sen}\left(\frac{11\pi}{6}\right)$

(08) As raízes quartas de w são vértices de um quadrado inscrito numa circunferência de centro na origem e raio $r = \sqrt[4]{2}$.

Somando-se os números associados às afirmativas verdadeiras obtém-se um total t, tal que

a) $t \in [1,4]$ b) $t \in [5,8]$ c) $t \in [9,12]$ d) $t \in [13,15]$

03. São dadas uma progressão aritmética e uma progressão geométrica alternante com primeiro termo igual a 1. Multiplicando-se os termos correspondentes das duas seqüências obtém-se a seqüência (-1,1,3,...). A soma dos 5 primeiros termos desta seqüência é

a) 61 b) 97 c) 103 d) 111

04. Analise as proposições abaixo, classificando-as em (V) verdadeira(s) ou (F) falsa(s).

( ) O resto da divisão de $P(x) = 5x^{2n} - 4x^{2n+1} - 2 \quad (n \in \aleph)$ por $x + 1$ varia de acordo com o valor de n.

( ) Se $P(x) + x \cdot P(3 - x) = x^2 + 1$, então $P(3) = 13$.

( ) Se $1 + i$ é raiz de $P(x) = x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$, sendo $\{b, c, d\} \subset \Re$, então uma das raízes tem forma trigonométrica igual a $\sqrt{2} \cdot \left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\,\text{sen}\frac{3\pi}{4}\right)$.

Tem-se que

a) todas são falsas. b) apenas duas são falsas.
c) apenas uma é falsa. d) todas são verdadeiras.

05. O conjunto solução S de $P(x) = 0$, possui 3 elementos. Sabendo-se que $P(x) = x^6 - m \cdot x^4 + 16 \cdot x^3$, onde $m \in \Re$, assinale a alternativa **INCORRETA**.

a) O número m é múltiplo de 3.
b) Os elementos de S formam uma progressão aritmética.
c) S é constituído só de números pares.
d) $R(x)$, resto da divisão de $P(x)$ por $(x - 1)$, é um polinômio de grau zero.

06. Com base no conhecimento sobre análise combinatória, é correto afirmar que

(01) existem 2160 possibilidades de 8 pessoas ocuparem um veículo com 3 lugares voltados para trás e 5 lugares voltados para frente, sendo que 2 das pessoas preferem bancos voltados para trás, 3 delas preferem bancos voltados para frente e as demais não têm preferência.

(04) com os algarismos 0, 1, 2, 3, 4 e 5, pode-se formar 525 números ímpares com 4 algarismos e que não tenham zeros consecutivos.

(08) podem ser formados 330 paralelogramos a partir de 7 retas paralelas entre si, interceptadas por outras 4 retas paralelas entre si.

A soma das alternativas corretas é

a) 05 b) 09 c) 12 d) 13

07. Os três primeiros coeficientes do desenvolvimento de $\left(x^2 + \frac{1}{2x}\right)^n$ segundo as potências decrescentes de x estão em progressão aritmética. O valor de n é um número:

a) primo b) quadrado perfeito c) cubo perfeito
d) maior que 9 e menor que 15.

08. Numa caixa existem 6 canetas pretas, 4 azuis e 3 vermelhas. Se três canetas são retiradas ao acaso, e sem reposição, a probabilidade de que pelo menos duas tenham cores distintas é:

a) 261/286 b) 1/9 c) $\frac{C_{6,3}}{C_{13,3}}$ d) $1 - \frac{C_{6,3}}{C_{13,3}}$

09. Assinale as sentenças abaixo:

I. seja a matriz A = $(a_{ij})_{3x3}$ definida por $\begin{cases} \binom{2i}{j} & \text{se } i = j \\ (i + 2j) & \text{se } i \neq j \end{cases}$

O elemento da terceira linha e segunda coluna da matriz transposta de A é 8.

II. Seja a matriz B = A – A^T (A^T é a transposta de A), onde A é uma matriz quadrada de ordem n. Então, a diagonal principal de B é nula.

III. A matriz A = $\begin{pmatrix} 1 & \text{sen}\theta \\ \text{sen}\theta & 1 \end{pmatrix}$ é inversível se $\theta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z$

IV. Se a matriz $M = \begin{pmatrix} z & 2^{x+2} & \log(2z-4) \\ 4^x & x & (z+1)! \\ \log y & y! & y \end{pmatrix}$ é simétrica, então o produto dos elementos de sua diagonal principal é igual a 36.

È (são) falsa(s) apenas

a) I e III b) II e IV c) IV d) I e II

10. Sendo $x = \begin{vmatrix} 12 & 18 & 9 \\ 21 & 17 & 15 \\ 32 & 60 & 14 \end{vmatrix}$ e $y = \begin{vmatrix} 32 & 60 & 14 \\ 63 & 51 & 45 \\ 12 & 18 & 9 \end{vmatrix}$, então

a) x = 3y c) y = -3x
b) x = -27y d) y = 27x

11. (x, y, z) são as soluções do sistema $\begin{cases} 8x - y - 2z = 0 \\ 7x + y - 3z = 0 \end{cases}$

Se x, y e z formam, nesta ordem, uma progressão aritmética, então a razão dessa progressão aritmética é igual a

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{3}{2}$ c) x d) $\frac{x+y+z}{3}$

12. Considerando no plano cartesiano ortogonal as retas r, s e t, tais que (r) $\begin{cases} x = 2v+3 \\ y = 3v-2 \end{cases}$, (s) mx + y + m = 0 e (t) x = 0, analise as proposições abaixo, classificando-as em **(V)** verdadeira(s) ou **(F)** falsa(s).

( ) $\exists m \in IR | r = s$

( ) $\exists m \in IR | s \perp t$

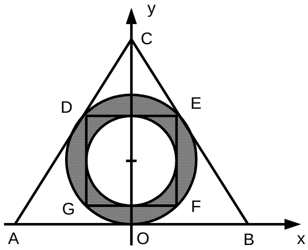
( ) se m=0, as retas r, s e t determinam um triângulo retângulo.

( ) As retas r e s poderão ser retas suportes de lados opostos de um paralelogramo se m = -1,5

A seqüência correta é

a) F – V – F – F c) V – F – F – V
b) V – V – V – F d) F – V – V – V

13. Um cursinho tem representado na figura abaixo o seu logotipo que é contornado por um triângulo equilátero ABC, cujo baricentro é o ponto $P\left(0, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$. No interior desse triângulo há o quadrado DEFG inscrito na circunferência λ_1 e, ao mesmo tempo, circunscrito à circunferência λ_2. Considerando os dados acima, classifique as alternativas abaixo em **(V)** verdadeira(s) ou **(F)** falsa(s).



( ) A equação geral de λ_1 é $x^2 + y^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}y = 0$

( ) A coroa circular sombreada na figura pode ser representada pelo conjunto de pontos Q (x, y), tais que:

$$\begin{cases} x^2 + \left(y - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 \geq \frac{1}{3} \\ x^2 + \left(y - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 \leq \frac{1}{6} \end{cases}$$

( ) A reta suporte que contém o segmento BC pode ser representada por $y = -\sqrt{3}.x + \sqrt{3}$

A seqüência correta é

a) V – V – V b) V – F – V c) F – V – V d) V – V – F

14. Considere o sistema cartesiano ortogonal e as opções abaixo. Marque a **FALSA**.

a) A medida de um dos eixos da elipse de equação $x^2 + 4y^2 = 1$ é a quarta parte do outro.

b) As retas da equação y = mx representam as assíntotas da curva $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$ se, e somente se, $|m| = \frac{5}{4}$

c) As circunferências $x^2 + y^2 - 2x = 0$ e $x^2 + y^2 + 4x = 0$ são tangentes exteriormente.

d) A equação $x - y^2 = 0$ representa uma parábola cuja reta diretriz não tem coeficiente definido.

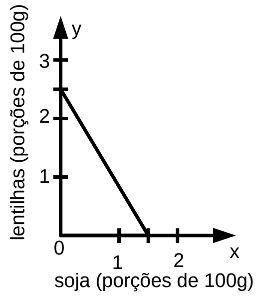
15. Sabe-se que 100g de soja seca contém 39g de proteínas e que 100g de lentilha seca contém 26g de proteínas. Homens de estatura média, vivendo em clima moderado, necessitam de 65g de proteínas em sua alimentação diária. Suponha que um homem queira nutrir-se com esses 65g de proteínas alimentando-se de soja e/ou lentilha. Seja x a quantidade diária de soja e y a quantidade diária de lentilha, x e y positivos e medidos em porções de 100g.

É **INCORRETO** afirmar que

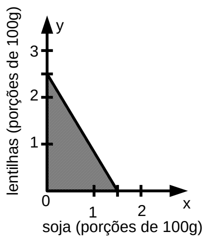
a) a relação estabelecida entre x e y é $3x + 2y = 5$

b) se um homem deseja adquirir pelo menos 65g de proteínas, tem-se que $y \geq -1{,}5x + 2{,}5$

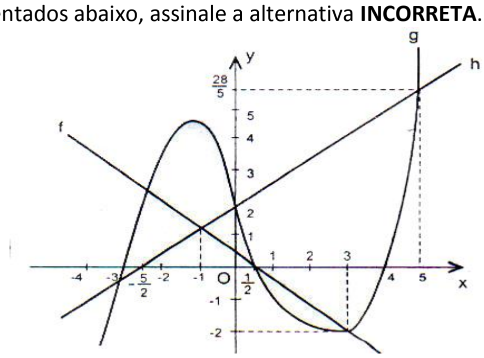
c) o esboço do gráfico que melhor representa o consumo mínimo de soja e/ou que um homem precisa é



d) o esboço do gráfico que representa as possíveis combinações de tais alimentos para fornecer pelo menos a quantidade de proteínas requerida é



16. Com relação às funções reais f, g e h, cujos gráficos estão representados abaixo, assinale a alternativa **INCORRETA**.



a) Se x é tal que $3 \leq x \leq 5$, então $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$

b) Se x é tal que $-1 \le x \le \frac{1}{2}$, então $g(x) \ge h(x) \ge f(x)$

c) Se x é tal que $\frac{1}{2} \le x \le 3$, então $g(x) \le f(x) \le h(x)$

d) Se x é tal que $-\frac{5}{2} \le x \le 4$, então $f(x).g(x).h(x) \ge 0$

17. Dada a função real f definida por $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-4}+\sqrt{8-x}}$, se D = [a, b] e o domínio de f e Im = [c, d] é o conjunto imagem de f, então, pode-se dizer que
a) se Im – D = [m – n), então m - n = -2
b) se D – Im =]p, q], então p + q = 10
c) c + d = 2
d) ab = 36

18. Dadas as funções reais f e g definidas por $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$ e $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x}}$, sabendo-se que existe (gof)(x), pode-se afirmar que o domínio de gof é

a) IR -]2, 3[b) IR - [2, 3] c) IR – {2, 3} d) IR* - [2, 3]

19. Dois irmãos, Pedro e Paulo, sem nenhuma renda, ganharam uma bolsa de estudos por 1 ano, sendo que cada um receberá x reais por mês. Fizeram, então, uma previsão de despesas e Pedro concluiu que pode economizar mensalmente $\frac{2}{7}$ do valor de sua bolsa. Já Paulo, que gastará por mês R$ 300,00 a mais que Pedro, acumulará uma dívida de R$ 1680,00 ao fim do ano. Pedro, então, propõe ao irmão ajudá-lo todo mês com metade do que economizaria mensalmente. Baseado nisso, é correto afirmar que

a) o valor de x não chega a R$ 500,00 por mês
b) Paulo gasta por mês exatamente 120% do valor de sua bolsa.
c) contando apenas com a ajuda de Pedro, Paulo não conseguirá pagar todas as suas despesas.
d) Pedro pretende guardar, ao final dos 12 meses, R$ 980,00, mesmo ajudando o irmão.

20. Considere no sistema cartesiano ortogonal o triângulo de vértices A(0, 3), B(0, -2) e C(3, 0). Neste triângulo ABC estão inscritos diversos retângulos com base no eixo das ordenadas. Em relação ao retângulo de maior área, é **INCORRETO** afirmar que o mesmo possui
a) altura e base proporcionais a 3 e 5
b) perímetro representando por um número inteiro.
c) área maior que 4
d) área correspondente a 50% da área do triângulo ABC.

21. Seja f: IR → B a função definida por $f(x) = -\frac{1}{2}a^x - 1$ (a ∈ IR e a > 1). Analise as afirmativas abaixo, classificando-as em **(V)** verdadeiras(s) ou **(F)** falsas(s).
( ) f(p + q) = f(p) – f(q), ∀ p, q x ∈ IR
( ) f é crescente ∀ x ∈ IR
( ) se x ∈] - ∞, 0[, então y ∈ $]-\frac{3}{2}, -1[$
( ) Se B =] - ∞, -1[, então f é bijetora.

a) F-F-V-V b) F-V-F-V c) V-F-F-F d) F-V-V-V

22. Assinale a alternativa **INCORRETA**.
a) O conjunto solução da inequação $(2-\sqrt{3})^x > -1$ é IR
b) O número real que satisfaz a sentença $(3^{\sqrt{x}-2})^2 = 5^{2-\sqrt{x}}$ é divisor de 1024
c) A função exponencial definida por $f(x) = -(a-4)^x$ é decrescente se 4 < a < 5
d) se $y = 10^x$ é um número entre 10.000 e 100.000, então x está entre 4 e 6

23. Assinale a alternativa correta.
a) $\log_2 3 > \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{9}$

b) Se $x = \log_3 14.\log_{\frac{2}{5}} 3.\log_4 \frac{2}{5}$, então 1 < x < 2

c) Se $m = \frac{1}{\log_3 x}$, então, um possível valor real de x tal que $x^m.\log_3 x < 1$ é $x = \frac{7}{3}$

d) Se $x^{\frac{1}{\log_3 x}} < \frac{1}{\log_3 x}(0 < x < 1)$, então, um possível valor de x é $\sqrt{2}$

24. Considere as funções reais f e g definidas por $f(x) = \log_3 x$ e g(x) = f(x+1). Sabendo-se que existem f^{-1} e g^{-1}, é correto afirmar que o conjunto solução da equação $g^{-1}(x) + f^{-1}(x) = 2$ é
a) {1} b) ∅ c) $\{\log_3 2 - 1\}$ d) $\{1 - \log_3 2\}$

25. Num certo dia, a temperatura ambiente era de 40ºC. A água que fervia em uma panela, cinco minutos depois de apagado o fogo tinha a temperatura de 70ºC. Pela lei de resfriamento de Newton, a diferença de temperatura D entre um objeto e o meio que o contém é dada por $D(t) = D_0 . e^{-\alpha t}$, em que D_0 é a diferença num instante t qualquer. Sabendo-se que a temperatura de ebulição da água é de 100ºC, ℓn 2= 0,7 e ℓn 5 = 1,6, pode-se dizer que a água e temperatura de 46ºC
a) 10 minutos após o fogo ter sido apagado.
b) entre 18 e 20 minutos após o fogo ter sido apagado.
c) exatamente 30 minutos após o fogo ter sido apagado.
d) aproximadamente 16 minutos após apagado o fogo.

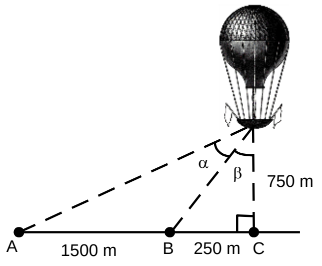
26. Identifique as alternativas **FALSAS**, assinalando, a seguir, a alternativa que corresponde à soma dos números a elas associados.
(01) A função $f(x) = \frac{\text{sen } 3e^x}{\text{sen } e^x} - \frac{\cos 3e^x}{\cos 3e^x}$, para qualquer que seja x pertencente ao seu domínio, tem imagem 2
(02) $\text{sen}\, x + \cos x \ge 1$ para todo $x \in [0, \pi]$
(04) Se $\sec x = \frac{5}{4}$, então $\text{cossec}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{5}{4}$

(08) O domínio da função f(x) = arc $\operatorname{sen}\left(\frac{x-1}{6}\right)$ é o intervalo] – 7, 7]

(16) O período da função f(x) = |(sen x)(cós x)| é π

a) 26 b) 23 c) 15 d) 07

27. Um balão sobrevoa certa cidade a uma altura de 750m em relação ao solo, na horizontal. Deste balão avistam-se pontos luminosos A, B e C, conforme a figura abaixo. O valor da tgα é igual a



a) $\frac{7}{3}$ b) $\frac{9}{8}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{1}{3}$

28. Considere as afirmativas abaixo:

I) Se α e β são planos interceptando-se na reta *r* e a reta *s* é paralela a α e a β, então *s* também é paralela a *r* .

II) Se uma reta intercepta um plano α, existe um plano β paralelo a α que não é interceptado pela reta.

III) Se dois planos são paralelos, toda reta contida em um deles é paralela ao outro plano.

IV) Dois planos perpendiculares a um terceiro plano são sempre paralelos entre si.

V) Se três retas têm um ponto comum, elas são coplanares.

O número de afirmativas verdadeiras é

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

29. Um reservatório de forma cilíndrica (cilindro circular reto) de altura 30 cm e raio da base 10 cm está cheio de água. São feitos, simultaneamente, dois furos no reservatório: um no fundo e outro a 10 cm de altura do fundo. Cada um desses furos permite uma vazão de 1 litro por minuto. A quantidade de água restante no reservatório após $\frac{4\pi}{3}$ minutos é, em litros,

a) π b) $\frac{3\pi}{4}$ c) $\frac{2\pi}{3}$ d) $\frac{\pi}{4}$

30. O produto da maior diagonal pela menor diagonal de um prisma hexagonal regular de área lateral igual a 144 cm^2 e volume igual a $144\sqrt{3}$ cm^3 é

a) $10\sqrt{7}$ b) $20\sqrt{7}$ c) $10\sqrt{21}$ d) $20\sqrt{21}$