AFA – Matemática – 2007

01. Uma pessoa caminha, ininterruptamente, a partir de um marco inicial, com velocidade constante, em uma pista circular. Ela chega à marca dos 1500m quando são exatamente 5 horas. Se às 5 horas e 25 minutos ela atinge a marca dos 4000 m, é INCORRETO afirmar que
a) a velocidade média da pessoa é 100 m/min.
b) a pessoa começou a caminhar às 4 horas e 15 minutos.
c) para caminhar 2500 m essa pessoa gastou 25 minutos.
d) se a pessoa deu 4 voltas completas em 1 hora e 20 minutos, então a pista tem 2 km de comprimento.

02. Apliquei meu capital da seguinte maneira: 30% em caderneta de poupança, 40% em letras de câmbio e o restante em ações. Na 1ª aplicação, lucrei 20%; na 2ª, lucrei 30% e na 3ª perdi 25%. Se o resultado final corresponde a um lucro de x% sobre o capital aplicado, então x é igual a
a) 7,5 b) 10,5 c) 15 d) 17

03. Seja z um número complexo não nulo e i a unidade imaginária (i^2 = -1), z ≠ i. O conjunto de todos os valores de z, para os quais $\frac{r+i}{1+ir}$ é um número real, representa um(a)
a) elipse. b) circunferência.
c) hipérbole. d) círculo.

04. Sabe-se que o isótopo do carbono, C^{14}, tem uma meia vida de 5760 anos, isto é, o número N de átomos de C^{14} na substância é reduzido a $\frac{N}{2}$ após um espaço de tempo de 5760 anos. Essa substância radioativa se degrada segundo a sequência N = $N_0 \cdot 2^{-t}$, t {0, 1, 2, ...} em que N_0 representa o número de átomos de C^{14} na substância no instante t = 0 e t é o tempo medido em unidades de 5760 anos. Com base nas informações acima, pode-se dizer que
a) o número de átomos quando t = 1 era 5760
b) após 11520 anos haverá a quarta parte do número inicial de átomos.
c) o número de átomos será igual a um terço de N_0 quando decorridos 1920 anos.
d) quando t = 5760 haverá metade do número inicial de átomos.

05. Classifique em (V) verdadeiro ou (F) falso cada item a seguir.
( ) O número α de raízes complexas de B(x) = 0 sendo B(x) = $x^{2n+1} + ax^{2n} + b$ onde a e b são números reais e n é número natural, é $\alpha = 2n + 1$
( ) Se A(x) = $x^n + 4x + 2$, onde n ∈ N / n > 1, então A(x) = 0 não admite raízes racionais.
( ) Se o polinômio D(x) de grau 3 admite as raízes α, β e γ, então, o polinômio Q(x) = $[D(x)]^2$ admitirá o mesmo conjunto solução.
( ) Se P(x) = $x^{2n+1} + 4x^n + k$, onde n ∈ N e k ∈ R, então, P(x) = 0 terá pelo menos uma raiz real.
Tem-se a seqüência correta
a) V – F – F – V c) V – V – F – V
b) F – V – V – F d) V – V – V – V

06. Assinale a alternativa correta.
a) Pode-se codificar quinhentos pacientes, por uma palavra de duas letras quando as letras são escolhidas de um alfabeto de 25 letras.
b) Nas calculadoras, os algarismos são frequentemente representados, iluminando-se algumas das sete barras reunidas na forma padrão 8. O número de diferentes símbolos que podem ser expressos pelas sete barras é igual a 7! (fatorial de 7).
c) Entre 10 machos e 7 fêmeas de gatos experimentais, foi escolhida uma amostra de dois machos e duas fêmeas. O número de maneiras que isto pode ser feito é igual a 945.
d) O número de anagramas da palavra ASTRONAUTA é igual a 10! (fatorial de 10).

07. O termo em x^8 no desenvolvimento de $(x–2)^4 \cdot (x+1)^5$ é
a) $–3x^8$ c) $72x^8$
b) $–32x^8$ d) $80x^8$

08. Numa pesquisa realizada com um grupo de 55 mulheres e 45 homens quanto à preferência de uma (única) modalidade esportiva, obtiveram-se os resultados registrados na seguinte tabela:

	mulheres	homens
natação	30	30
vôlei	15	10
basquete	10	05

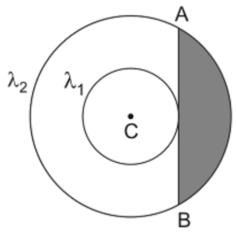
Escolhidos ao acaso, uma pessoa X do grupo todo pesquisado; um homem H do grupo de homens pesquisados e uma mulher M do grupo de mulheres pesquisadas, é FALSO afirmar que a probabilidade de
a) a pessoa X ser homem ou preferir vôlei é $\frac{4}{3}$.
b) a pessoa X ser homem e preferir vôlei é 10%.
c) o homem H preferir natação é igual à probabilidade de a mulher M também preferir natação.
d) a pessoa X preferir natação é 0,6.

09. Assinale a alternativa INCORRETA.
a) Se $\begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 9 & -6 \end{bmatrix}$, então C^2 é matriz nula.
b) Se $A = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, então A^2 nula.
c) A matriz M = $(m_{ij})_{3x3}$ tal que mi j = [i(j + 1)], sendo i {1, 2, 3} e j {1, 2, 3}, é uma matriz simétrica.
d) Dada uma matriz quadrada T não-nula, a operação $T – T^t$, em que T^t é a matriz transposta de T, tem como resultado uma matriz anti-simétrica.

10. Dados $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 9$, $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 5$ e det A = - 4, o valor de x em $\begin{bmatrix} 0 & 1 & x & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ é:
a) $-\frac{13}{5}$ b) -1 c) 1 d) 2

11. Seja o sistema de equações
$$S = \begin{cases} x + 3y - 4z = 0 \\ 3x + y = \mathbf{a} \\ 4x + \mathbf{b}z = 0 \end{cases}$$
em que **a** e b são números reais. É correto afirmar que
a) se **a** = 0, existe **b** tal que S é impossível.
b) se **b** é tal que $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 3 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & b \end{vmatrix} \neq 0$, o sistema terá uma única solução, qualquer que seja o valor de **a**.
c) se **b** = 1 e **a** = 1, o sistema tem mais de uma solução.
d) se **a** =0, o sistema possui somente a solução trivial.

12. No plano cartesiano, a figura abaixo representa duas circunferências concêntricas λ_1 e λ_2, cujo centro é o ponto C. Sabe-se que λ_1 é contorno de um círculo representado pela equação $(x-1)^2 + (y+2)^2 \le 4$ e que $\overline{AB}$, que mede 8 cm, é corda da circunferência maior λ_2. Considerando também que $\overline{AB}$ é tangente a λ_1, classifique em (V) verdadeira ou (F) falsa, cada proposição a seguir.

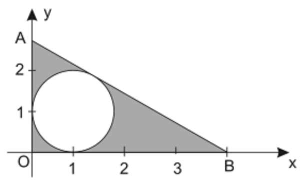


( ) λ_1 é tangente ao eixo das abscissas.
( ) A soma das coordenadas de A e B é um número maior que 5
( ) A região sombreada é representada por $\begin{cases} x \ge 3 \\ (x-1)^2 + (y+2)^2 2 \le 20 \end{cases}$
( ) A reta $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = \frac{t}{2} \end{cases}$ é perpendicular à reta que passa pelos pontos A e C.

A sequência correta é:

a) F – V – V – F
b) V – V – F – F
c) V – F – F – V
d) V – F – V – V

13. Seja λ uma circunferência inscrita em um triângulo retângulo AOB cujos catetos estão sobre os eixos cartesianos e medem 3cm e 4cm, conforme a figura abaixo.



É INCORRETO afirmar que

a) o ponto de λ mais próximo da origem tem a soma das coordenadas igual a $2 - \sqrt{2}$
b) a área da região sombreada é menor que 3 cm^2
c) a região sombreada é definida por $\begin{cases} y \geqslant 0 \\ x \geqslant 0 \\ 3x + 4y \leqslant 1 \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 \geqslant 1 \end{cases}$
d) o conjunto de pontos do plano cartesiano eqüidistantes de A e B é representado por $8x - 6y - 7 = 0$

14. Classifique em VERDADEIRO ou FALSO cada item a seguir.

(2) A parábola cuja equação é $x^2 - 4y = 0$ tem diretriz representada pela reta $y + 1 = 0$ e foco coincidente com o baricentro do triângulo ABC, onde A é a origem do sistema cartesiano, B (2, 3) e C (-2, 0)

(3) O conjunto de pontos representados pela equação $x^2 - y^2 + x + y = 0$ é uma hipérbole equilátera que NÃO tem centro na origem do sistema cartesiano.

(8) Na elipse $16x^2 + 64y^2 = 1$ a medida do eixo vertical é 50% da medida do eixo horizontal.

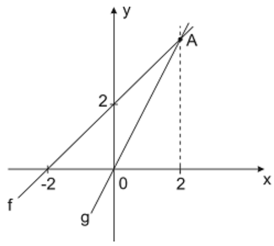
(16) Existem apenas 4 números inteiros entre os valores de k, para os quais o vértice da parábola $y^2 = 4x + 1$ é ponto exterior à circunferência $x^2 + y^2 - 2x + 4y + k = 0$

A soma dos itens VERDADEIROS é um número do intervalo

a) [2, 10[
b) [10, 16[
c) [16, 22[
d) [22, 30[

15. No gráfico abaixo estão representadas as funções reais f e g sendo $A = f \cap g$

É FALSO afirmar sobre as mesmas funções que



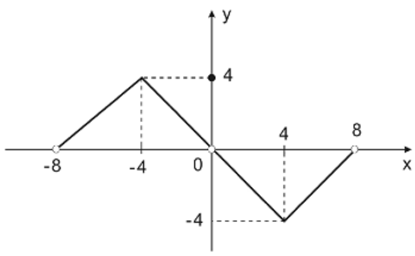
a) $(f \circ g)(x) \ge 0 \Rightarrow g(x) \ge -2$.

b) se $s(x) = \sqrt{\dfrac{-1}{[f(x)]^{100} \cdot [g(x)]^{101}}}$ então o domínio de s é dado por $\mathbb{R}^*_- - \{-2\}$.

c) se h: R → B tal que h(x) = f(x).g(x), então h será bijetora se B = [–2, +∞[

d) o gráfico da função j definida por $f(x)\dfrac{f^{-1}(x)}{a^{-1}(x)}$ possui pontos no 4º quadrante.

16. No gráfico abaixo está representada a função real f: A → B. Classifique em (V) verdadeira ou (F) falsa cada proposição a seguir sobre a função f.



( ) No conjunto A existem apenas 15 números inteiros.
( ) Se B = [–4 , 4], então f é sobrejetora, mas não é injetora.
( ) A composta (fofofo ... f)(4) = f(4) ou f(– 4)
( ) f é função par.

Tem-se, então, a seqüência correta

a) V – F – V – F
b) F – V – F – V
c) F – F – V – V
d) V – V – F – F

17. A função f definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 7, \text{ se } x \geqslant 2 \\ 2x - 1, \text{ se } -1 < x < 2 \\ -x^2 - 2x - 4, \text{ se } x \leqslant -1 \end{cases}$$

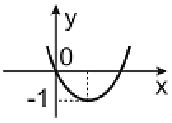
a) não admite inversa porque não é injetora.
b) admite inversa e uma das sentenças que define a mesma é $y = -1\sqrt{-x-3}$ se $x \le -3$.
c) não admite inversa porque existem valores de x com várias imagens.
d) admite inversa f^{-1} tal que $f^{-1}(-5) = -2$.

18. Analise as alternativas abaixo e marque a FALSA.

a) Se a função f: R → R é tal que f(x) = ax + b, f(3) = 0 e f(π) > 0, então f é crescente em todo o seu domínio.

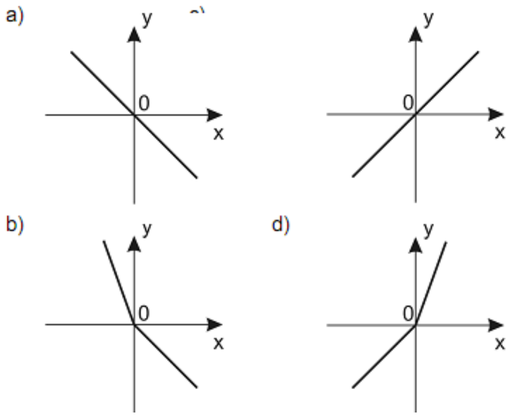
b) Seja f: R → R tal que f(x) = x^2 – 3x + 2 e A um subconjunto do domínio de f. Se f é crescente em A e f(x) ≥ 0 em A, então A = [1, 2].

c) Se o gráfico da função quadrática f definida por f (x) = x^2 + kx = m é o da figura abaixo, então k – m = – 2.



d) Se na função f: R → R tal que f(x) = ax^2 + bx + (a≠0) $C = \frac{b^2}{4a}$, então, necessariamente, o gráfico da função f é tangente ao eixo das abscissas.

19. As funções reais f e g são tais que f(x) = |x| – 2 e g (x) = f(2x) + f(|x|). A melhor representação gráfica de g é



20. Sobre a função real definida por $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + |x| - 3, \text{ se } x \leq -1 \text{ ou } x \geq 1 \\ \sqrt{(1-x)^2}, \text{ se } -1 < x < 1 \end{cases}$

pode-se dizer que

a) f(x) ≥ 7 ⇔ x ≥ 2 ou x ≤ –2

b) tem valor máximo igual a 1

c) f(x) > 0, ∀ x ∈ $\Re$

d) se –1 < x < 1, então 0 < y ≤ 1

21. De acordo com Richter (1935), a energia E (medida em joules) liberada por um terremoto de magnitude M, obedece à equação

M = 0,67 log E – 3,25B

Baseando-se nisso, é FALSO afirmar que (adotar log 2 = 0,3)

a) se a energia de 2,0 . 10^{12} joules equivale à de uma bomba atômica como a lançada sobre Hiroshima, então, o valor da magnitude de um terremoto cuja energia liberada equivale a 2000 bombas atômicas como a lançada sobre Hiroshima, é um número do intervalo] 7; 7,3]

b) o acréscimo de 0,67 unidades na magnitude de um terremoto na escala Richter corresponde a um terremoto cerca de 10 vezes mais intenso em termos de energia liberada.

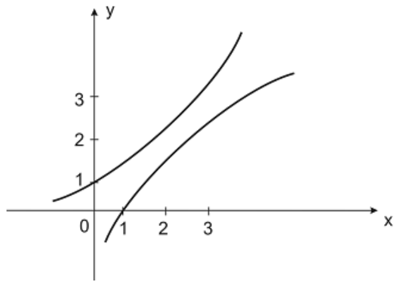
c) a energia de 2,0 . 10^{12} joules (equivalente à de uma bomba atômica como a lançada sobre Hiroshima) corresponde à ocorrência de um terremoto de magnitude superior a 5 pontos na escala Richter.

d) o crescimento na magnitude de terremotos na escala Richter, acarreta um aumento exponencial da energia liberada.

22. Dada a função real f tal que $f(x) = \sqrt{-\log x} + \sqrt{-\frac{(e^x+1)}{x^2-4}}$, onde e = 2,71... é a base de logaritmos neperianos, é correto afirmar que o conjunto D, domínio de f é igual a

a) {x ∈ $\Re$ | x ≥ 1 e x ≠ 2}
b) {x ∈ $\Re$* | –2 < x < 2}
c) {x ∈ $\Re$ | x ≤ 1}
d) {x ∈ $\Re$ | x < -2 ou x > 2}

23. As funções que melhor descrevem as curvas abaixo são



a) y = $\log_a$ (2x) e sua inversa, sendo a > 1

b) y = a^x e sua inversa, sendo a > 0

c) y = $\log_a$ (x + 1) e sua inversa, sendo a > 1

d) y = –$\log_a$ x e sua inversa, sendo 0 < a < 1

24. Classifique em (V) verdadeira ou (F) falsa cada afirmativa abaixo.

I - O domínio da função real f definida por f(x) = arc cos é o conjunto {x ∈ $\Re$ | x ≤ 0 ou x ≥ 2}

II - No intervalo [0, 2π] o gráfico da função real y = –2sen^3 x corta o eixo x um número ímpar de vezes.

III - A função real f: A → [0, 1] tal que f(x) = sen^2(2x) admite inversa, se $A = \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$.

Conclui-se que são verdadeiras

a) I, II e III
c) apenas II e III
b) apenas I e III
d) apenas I e II

25. Analise as proposições seguintes e classifique-as em (V) verdadeiras ou (F) falsas.

( ) Se o ponteiro dos minutos de um relógio mede 10cm, então a distância que sua extremidade percorre em 30 minutos é de aproximadamente 31,4 cm.

( ) O domínio da função real f definida por f(x) sec x + cos sec x é o conjunto $D = \left\{x \in \mathbb{R}x \neq \left|k\frac{\pi}{2}, com\ k \in Z\right.\right\}$

( ) A equação cos x . tg x – cos x = 0 possui 4 raízes no intervalo [0, 2π]

( ) O período e a imagem da função trigonométrica f definida por f(x) = 2$\cos^2$x – 2sen^2x, são respectivamente iguais a 2π e [–2, 2]

A seqüência correta é

a) V – V – F – F c) F – V – F – V

b) F – F – V – V d) V – V – V – F

26. Considere {a, b, c, d} ⊂ $\Re$ e as funções reais f e g tais que f(x) = a + b.cos (cx + d) e g(x) = a + b.tg(cx + d). Sabendo-se que a, b, c e d formam, nessa ordem, uma P.G. cuja soma dos termos é $-\frac{20}{9}$ e primeiro termo $\frac{1}{9}$, é correto afirmar:

a) o período da função é 2π

b) a função g está definida para $x = \frac{3(\pi+2)}{2}$

c) o conjunto imagem da função f é $\left[-\frac{4}{9}, \frac{4}{9}\right]$

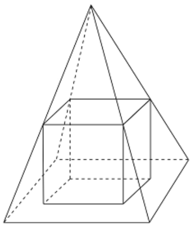
d) a função g é crescente para $x \in \left]\frac{3\pi+6}{2}, \frac{5\pi+6}{2}\right[$

27. Um triângulo retângulo está circunscrito a um círculo de raio 15 m e inscrito em um círculo de raio 37,5 m. A área desse triângulo, em m^2, mede

a) 350 c) 1050

b) 750 d) 1350

28. Um cubo tem quatro vértices nos pontos médios das arestas laterais de uma pirâmide quadrangular regular, e os outros quatro na base da pirâmide, como mostra a figura abaixo.



A razão entre os volumes do cubo e da pirâmide é

a) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{3}{8}$

b) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{8}$

29. Num cone reto, a medida do raio da base, da altura, e da geratriz estão, nessa ordem, em progressão aritmética de razão igual a 1. Sabendo-se que a soma destas medidas é 12 dm e que a área total da superfície deste cone é igual à área da superfície de uma esfera, a medida do raio da esfera, em dm, é

a) 2 c) $\sqrt{5}$

b) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ d) $\sqrt{6}$

30. Considere um triângulo retângulo inscrito em uma circunferência de raio R, tal que a projeção de um dos catetos sobre a hipotenusa mede, em cm, $\frac{R}{m}$ ($m \geq 1$).

Considere a esfera gerada pela rotação desta circunferência em torno de um de seus diâmetros. O volume da parte desta esfera, que não pertence ao sólido gerado pela rotação do triângulo em torno da hipotenusa, em cm3, é dado por

a) $\frac{2}{3}\pi R^3\left(\frac{m-1}{m}\right)^2$ c) $\frac{2}{3}\pi R^3\left(\frac{m+1}{m}\right)^2$

b) $\frac{2}{3}\pi R^3\left(1-\frac{m+1}{m}\right)^2$ d) $\frac{2}{3}\pi R^3\left[1+\left(\frac{m-1}{m}\right)^2\right]$