Resolução da Prova da Escola Naval 2009.
Matemática – Prova Azul

GABARITO

1	D	*11*	A
2	E	*12*	E
3	B	*13*	C
4	D	*14*	C
5	D	*15*	A
6	E	*16*	C
7	B	*17*	B
8	D	*18*	E
9	A	*19*	A
10	C	*20*	B

1. Os 36 melhores alunos do Colégio Naval submeteram-se a uma prova de 3 questões para estabelecer a antiguidade militar. Sabendo que dentre esses alunos, 5 só acertaram a primeira questão, 6 só acertaram a segunda, 7 só acertaram a terceira, 9 acertaram a primeira e a segunda, 10 acertaram a primeira e a terceira, 7 acertaram a segunda e a terceira e 4 erraram todas as questões, podemos afirmar que o número de alunos que não acertaram todas as 3 questões é:

1. Candidatos que acertaram somente a primeira questão: 5
2. Candidatos que acertaram somente a segunda questão: 6
3. Candidatos que acertaram somente a terceira questão: 7
4. Candidatos que acertaram todas as questões: x
5. Candidatos que acertaram a primeira e a segunda questão: 9
6. Candidatos que acertaram somente a primeira e a segunda questão: $9 - x$
7. Candidatos que acertaram a primeira e a terceira questão: 10
8. Candidatos que acertaram somente a primeira e a terceira questão: $10 - x$
9. Candidatos que acertaram a segunda e a terceira questão: 7
10. Candidatos que acertaram somente a segunda e a terceira questão: $7 - x$
11. Candidatos que não acertaram nenhuma questão: 4

Perceba que os conjuntos 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10 e 11 são disjuntos e sua união gera o universo dos 36 alunos. Logo, $5 + 6 + 7 + x + 9 – x + 10 – x + 7 – x + 4 = 36 \therefore x = 6$. Logo a quantidade dos que não acertaram todas as questões foi 30. **(D)**

2. O valor de $\int \frac{1+x^2+\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{(1-x^4)(1+x^2)}}dx$ é:

$$\int \frac{1+x^2+\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{(1-x^4)(1+x^2)}}dx = \int \frac{1+x^2}{\sqrt{(1-x^2)(1+x^2)^2}}dx + \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{(1-x^2)(1+x^2)^2}}dx$$

$= \int \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)}}dx + \int \frac{1}{1+x^2}dx$
= arcsen(x) + arctg(x) + c
= -arccos(x) + arctg(x) + c

Logo, a opção correta é o item ***E***

3. **Uma esfera de 36πm³ de volume está inscrita em um cubo. Uma pirâmide de base igual à face superior do cubo, nele se apóia. Sabendo que o apótema da pirâmide mede 4m e que um plano paralelo ao plano da base corta esta pirâmide a 2m do vértice, então o volume do tronco assim determinado é igual a:**

Sejam:
a = Aresta do cubo
R = Raio da esfera
g = Apótema da pirâmide
h = Altura da pirâmide

a = 2R
S = a² = 4R²
S = 36

i) $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi$
R = 3 m.

ii) $g^2 = h^2 + (\frac{a}{2})^2$
$h^2 = g^2 - R^2$
$h = \sqrt{16-9}$
$h = \sqrt{7}$

iii) $(\frac{2}{h})^2 = \frac{S_b}{S} \therefore S_b = \frac{4}{7}S$

iv) $V_{tronco} = \frac{\sqrt{7}}{3}S - \frac{2}{3}S_b \therefore V_{tronco} = \frac{1}{3}S(\sqrt{7} - \frac{8}{7}) \therefore V_{tronco} = 12(\sqrt{7} - \frac{8}{7})$ **(B)**

4. **Sejam $n \in \mathbb{N}$ tal que $2^4 + 2^5 + \cdots + 2^n = 8176$ e m o menor $m \in \mathbb{N}$ tal que $\frac{m!}{2\cdot4\cdot6\cdots(2m)} \leq \frac{1}{6^{2\log_6 40}}$ seja verdadeira. O produto mn vale:**

i) $2^4(2^{n-3} - 1) = 8176 \rightarrow 2^{n-3} = 512 = 2^9 \rightarrow n = 12.$
ii) $\frac{m!}{2\cdot4\cdot6\cdots(2m)} \leq \frac{1}{6^{2\log 6\ 40}} \rightarrow \frac{m!}{2^m m!} \leq \frac{1}{40^2} \rightarrow 2^m \geq (2^6 \cdot 25) \rightarrow m = 11.$
iii) mn = $12 \cdot 11 = 132$ **(D)**

5. **Seja z um número complexo tal que iz + 2$\bar{z}$ = -3 -3i, onde $\bar{z}$ é o conjugado de z. A forma trigonométrica do número complexo 2$\bar{z}$ + (3+i) é igual a**:

Seja z = a + bi:
i(a+bi) + 2(a-bi) = -3-3i
i (a+3-2b) + (-b+2a+3) = 0.

$\begin{cases} a - 2b = -3 \\ 2a - b = -3 \end{cases} \rightarrow a = -1;\ b = 1.$

Desse modo,
$2\bar{z} + (3+i) = w = 2(-1-i)+3+i \therefore w = 1 - i.$
$w = \sqrt{2}(cis\frac{7\pi}{4})$ **(D)**

6. A equação $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{3} sen5x.cos3x$ é dita uma equação diferencial de segunda ordinária de segunda ordem. Quando $x = 0$, $\frac{dy}{dx}$ vale $\frac{43}{48}$ e y vale 2. O volume do cilindro circular reto, cujo raio da base mede $2\sqrt{2}m$ e cuja altura, em metros, é o valor de y quando x = 4π, vale em metros cúbicos:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{1}{3} sen5x.cos3x$$
$$d\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{1}{6}(sen8x + sen2x)\, dx$$
$$\left(\frac{dy}{dx}\right) = -\frac{1}{6}\left(\frac{1}{8}cos8x + \frac{1}{2}cos2x\right) + c$$

Para x = 0, temos:
$$\frac{43}{48} = -\frac{1}{6}\left(\frac{1}{8} + \frac{4}{8}\right) + c$$
c = 1.

$$\int_2^y dy = \int_0^{4\pi} -\frac{1}{6}\left(\frac{1}{8}cos8x + \frac{1}{2}cos2x\right) dx + \int_0^{4\pi} dx$$
$$y - 2 = 0 + 4\pi \therefore y = 2 + 4\pi$$

Dessa forma, V = $(2\sqrt{2})^2\ (2 + 4\pi) \therefore$ V = $16\pi(1 + 2\pi)$. **(E)**

7. O sistema linear $\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 3x - y + 5z = 2 \\ 4x + y + (a^2 - 14)z = a + 2 \end{cases}$, onde $a \in \mathbb{R}$, pode ser impossível ou possível e indeterminado. Os valores de a que verificam a afirmação anterior são, respectivamente:

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 3x - y + 5z = 2 \\ 4x + y + (a^2 - 14)z = a + 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 7x + z\,(a^2 - 9) = a + 4 \\ 7x + 7z = 8 \end{cases}$$

$$z(a^2 - 16) = a - 4 \therefore z(a - 4)(a + 4) = a - 4$$

Para a = 4, nosso sistema é possível e indeterminado. Para a = -4, o sistema é impossível. **(B)**

8. Seja P o ponto de interseção entre as retas r e s de equações $3x - 2y + 4 = 0$ e $-4x + 3y - 7 = 0$, respectivamente. Seja Q o centro da circunferência de equação $x^2 + y^2 + 24 = 6x + 8y$. A medida do segmento $\overline{PQ}$ é igual a quarta parte do comprimento do eixo maior da elipse de equação:

Essa é uma típica questão da escola naval onde o candidato tem que testar os itens propostos para achar a solução.

A equação fornecida no item D nos dá:

$$x^2 + 2y^2 - 2x - 8y + 1 = 0 \therefore (x - 1)^2 + 2(y^2 - 4y + 4) + 1 - 8 - 1 = 0$$
$$\therefore (x - 1)^2 + 2(y - 2)^2 = 8 \therefore \frac{(x-1)^2}{8} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$$

Dessa forma, o eixo maior da elipse vale: d = $4\sqrt{2}$, de modo que d/4 = $\sqrt{2}$.

O ponto P pode ser encontrado mediante a resolução do sistema:

$\begin{cases} 3x - 2y + 4 = 0 \\ -4x + 3y - 7 = 0 \end{cases} \rightarrow$ **P(2,5).**

O ponto Q é encontrado após fatorarmos a equação:

$x^2 + y^2 + 24 = 6x + 8y \therefore (x-3)^2 + (y-4)^2 = 1 \therefore$ **Q (3,4).**

$\overrightarrow{PQ}$ = (-1,1) → $|\overrightarrow{PQ}|$ = $\sqrt{2}$ (Logo, a resposta é o item **D**).

9. A equação da parábola cujo vértice é o ponto P(2,3) e que passa pelo centro da curva definida por $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 16 = 0$.

i) $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 16 = 0 \rightarrow (x-1)^2 + (y-4)^2 = 1. \rightarrow$ C(1,4).

ii) Supondo a parábola com eixo de simetria paralelo ao eixo y:

$$(x - x_v)^2 = 2p(y - y_v) \rightarrow (x-2)^2 = 2p(y-3)$$
$$(1-2)^2 = 2p(4-3) \rightarrow 2p = 1 \therefore y - x^2 + 4x - 7 = 0 \ \textbf{(A)}$$

10. Consideremos $a \in \mathcal{R}$, $x \neq 1$ e $a \neq 1$. Denotemos por $\log x$ e $\log_a x$, os logaritmos nas bases 10 e a, respectivamente. O produto das raízes reais da equação $2[1 + \log_{x^2} 10] = [\frac{1}{logx^{-1}}]^2$ é:

i) Das condições de existência dos logaritmos, temos: $x > 0$.

ii) Resolvendo a equação:

$$2[1 + \log_{x^2} 10] = [\frac{1}{logx^{-1}}]^2 \rightarrow 2[\frac{1}{2}\log_x 10 + 1] = \log^2{}_x 10$$

Fazendo $y = \log_x 10$, temos:

$$y + 2 = y^2 \rightarrow y^2 - 2y - 2 = 0 \rightarrow y = 1 \pm \sqrt{3}$$

Desse modo, temos:

$\begin{cases} y = 1 + \sqrt{3} = \log_x 10 \rightarrow \log x = \frac{1}{1+\sqrt{3}} \rightarrow x_1 = 10^{\frac{1}{1+\sqrt{3}}} \\ y = 1 - \sqrt{3} = \log_x 10 \rightarrow \log x = \frac{1}{1-\sqrt{3}} \rightarrow x_2 = 10^{\frac{1}{1-\sqrt{3}}} \end{cases}$ o que nos fornece:

$$x_1 x_2 = 10^{\frac{1}{-2}} = \frac{\sqrt{10}}{10} \ (\boldsymbol{C})$$

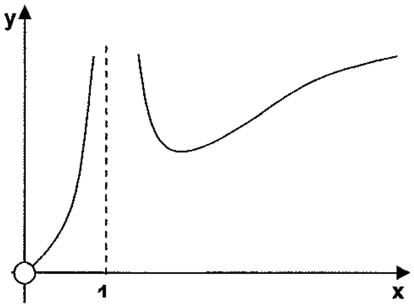
11. A melhor representação gráfica para a função real f, de variável real, definida por $f(x) = \left|\frac{x}{lnx}\right|$ é:

É fácil perceber que o domínio da função é o intervalo (0,+∞)\{1}.

$f(x) = \frac{x}{lnx} \rightarrow f'(x) = \frac{lnx - 1}{ln^2 x} \rightarrow f''(x) = \frac{2 - lnx}{xln^3 x}$.

$f'(x) \;=\; 0, quando\ x \;=\; e.$
$f''(x) \;=\; 0\ quando\ x \;=\; e^2.$

f: ++++++ 1 +++++++++++++++
f': ++++++ 1 -------- e +++++++++
f'': ++++++ 1 +++++++++ e² -------



(A)

12. Considere o ponto P (1,3,-1), o plano $\pi: x + z = 2$ e a reta s: $\begin{cases} x - z = y + 2 \\ z - x = y - 2 \end{cases}$. As equações paramétricas de uma reta r, que passa por P, paralela ao plano π e distando 3 unidades de distância da reta s são:

i) *Calculando o vetor diretor da reta s*:

$$\begin{cases} x - z = y + 2 \\ z - x = y - 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 + 1k \\ y = 0 + 0k \\ z = -2 + 1k \end{cases} \rightarrow \vec{s} \;=\; (1{,}01)$$

ii) *Calculando o vetor normal ao plano π*:
Dada a equação do plano $\pi: x + z = 2$, seu vetor normal é dado por $\vec{n} = (1{,}0{,}1)$

iii) *Vetor diretor da reta r:*
Seja $\vec{r} \;=\; (a, b, c)$. Como a reta r é paralela ao plano,$\vec{r} \perp \vec{n}$. Desse modo,
$\vec{r} \cdot \vec{n} = (a, b, c) \cdot (1{,}0{,}1) = 0 \;\rightarrow\; a + c = 0 \;\rightarrow a = \;-c.$

iii) Como podemos ver, a reta *s* é perpendicular ao plano. Logo *r* e *s* são reversas.
Tomando o ponto $Q\ (3{,}0{,}1)$ sobre a reta s, $\overrightarrow{QP} \;=\; (2, -3, -2)$ temos que a distância entre r e s é dada por:

$$d = \frac{\left|\overrightarrow{QP} \cdot (\vec{r} \wedge \vec{n})\right|}{\|\vec{r} \wedge \vec{n}\|} \qquad \vec{r} \wedge \vec{n} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 1 & 0 & 1 \\ a & b & -a \end{vmatrix} = \hat{\imath}(-b) + \hat{\jmath}(2a) + \hat{k}(b)$$

$$\|\vec{r} \wedge \vec{n}\| = \sqrt{4a^2 + 2b^2}$$

Dessa forma, $3 = \frac{|-2b-6a-2b|}{\sqrt{4a^2+b^2}} \therefore 9(4a^2+b^2) = 36a^2+16b^2+48ab$, de onde obtemos: $\begin{cases} b = 0 \ \rightarrow \vec{r} = a(1,0,-1) \\ ou \\ b = -24a \end{cases}$.

Daí, temos que as equações paramétricas da reta r são: $\begin{cases} x = 1+1t \\ y = 3+0t \\ z = -1-1t \end{cases}$ **(E)**

13. Considere a equação $ax^3+bx^2+cx+d=0$, onde $a,b,c,d \in \mathbb{R}^*$. Sabendo que as raízes dessa equação estão em PA, o produto abc vale:

Sejam as raízes da equação $x-r,\ x,\ x+r$, temos pelas relações de Girard:

i) $x-r+x+x+r = -\frac{b}{a} \therefore x = -\frac{b}{3a}$ (I)

ii) $x^2-rx+x^2+rx+x^2-r^2 = \frac{c}{a} \therefore x^2-r^2 = \frac{c}{a} - 2\frac{b^2}{9a^2}$ (II)

iii) $x(x^2-r^2) = -\frac{d}{a}$ (III)

Substituindo (I) e (II) em (III), encontramos que: $abc = \frac{2b^3+27da^2}{9}$. **(C)**

.

14. Seja n o menor inteiro pertencente ao domínio da função real de variável real f(x) = ln $\sqrt[3]{\frac{e^x+1}{\left(\frac{27}{64}\right)-\left(\frac{3}{4}\right)^{(x+1)}}}$. Podemos afirmar que $\log_n 3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\ldots}}}$ é raiz da equação:

i) Seja x = $3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\ldots}}}$.

$\frac{x}{3} = \sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\ldots}}} \rightarrow \frac{x^2}{9} = 3\sqrt{3\sqrt{3\ldots}} = x \rightarrow x^2-9x=0 \rightarrow x=9 \ ou\ x=0$. Apenas a solução x = 9 tem sentido.

ii) Seja f(x) = ln $\sqrt[3]{\frac{e^x+1}{\left(\frac{27}{64}\right)-\left(\frac{3}{4}\right)^{(x+1)}}}$.

A condição de existência de f nos assegura que $\sqrt[3]{\frac{e^x+1}{\left(\frac{27}{64}\right)-\left(\frac{3}{4}\right)^{(x+1)}}} > 0 \rightarrow \frac{e^x+1}{\left(\frac{27}{64}\right)-\left(\frac{3}{4}\right)^{(x+1)}} > 0$ (I)

Como $e^x+1 > 0,\ \forall x$, temos que o sinal de (I) depende apenas do denominador:

$\left(\frac{27}{64}\right) - \left(\frac{3}{4}\right)^{(x+1)} > 0 \rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^3 > \left(\frac{3}{4}\right)^{x+1} \rightarrow x > 2$. Logo o maior inteiro que satisfaz a condição de existência é 3, o que implica $n = 3$.

$\log_n 3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\ldots}}}\ . = \log_3 9 = 2.$

A equação $x^4 - 4x^2 - x + 2 = 0$ *admite* 2 *como raíz.* **(C)**

15. Cada termo da seqüência de números reais é obtido pela expressão $\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$ com $n \in \mathbb{N}^*$. Se $f(x) = x\operatorname{arcsen}\left(\frac{x}{6}\right)$ e S_né a soma dos n primeiros termos da seqüência dada, então $f'\left(\frac{301}{100} \cdot S_{300}\right)$ vale:

i) Calcularemos primeiro S_{300}.

$S_{300} = \sum_{n=1}^{300} \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{301} = \frac{300}{301}.$

ii) Derivando a função f(x):

$f(x) = x\,arcsen\left(\frac{x}{6}\right) \rightarrow f'(x) = arcsen\left(\frac{x}{6}\right) + \frac{x}{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{6}\right)^2}}.$

$$f'\left(\frac{301}{100} \cdot S_{300}\right) = f'\left(\frac{301}{100} \cdot \frac{300}{301}\right) = f'(3) = arcsen\left(\frac{3}{6}\right) + \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{3}{6}\right)^2}} = \frac{\pi + 2\sqrt{3}}{6}$$

(A)

16. Considere a função real f, de variável real, definida por $f(x) = x + \ln x, x > 0$. Se g é a função inversa de f, então g''(1) vale:

Pelo teorema da função composta, temos:
$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x).$
Em particular, quando $g = f^{-1}$, temos que $(f \circ g)(x) = x$.
Derivando, temos que: $1 = f'(g(x)) \cdot g'(x)$.
Derivando novamente: $0 = f''(g(x)) \cdot (g'(x))^2 + f'(g(x)) \cdot g''(x)$.

Calculando os valores necessários:
g(1) = 1 ; f(1) = 1.
$f'(x) = 1 + \frac{1}{x} \rightarrow f'(1) = 2 \rightarrow g'(1) = 1/2$
$f''(x) = -\frac{1}{x^2} \rightarrow f''(1) = -1$

$$g''(x) = -\frac{f''(g(x)) \cdot (g'(x))^2}{f'(g(x))} \rightarrow g''(1) = -\frac{f''(g(1)) \cdot (g'(1))^2}{f'(g(1))} = \frac{1}{8} = 0{,}125$$

17. Pode-se afirmar que a diagonal do cubo, cuja aresta corresponde, em unidades de medida, ao maior dos módulos dentre todas as raízes da equação $x^5 + 3x^4 + 7x^3 + 9x^2 + 8x + 4 = 0$ mede:

i) Por inspeção de raízes, encontramos x=-1. Com o dispositivo de Briot-Ruffini, reduzimos o grau da equação:

-1	1	3	7	9	8	4
	1	2	5	4	4	0

Assim, tem-se uma equação de 4º grau: $x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 4x + 4 = 0$.

ii) Para encontrar as outras raízes, separamos o polinômio em dois de grau inferior:

$$x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 4x + 4 = (x^2 + Ax + B)(x^2 + Cx + D), \text{com A, B, C, D} \in \text{Z}$$

Desenvolvendo o lado direito, chegamos em:

$x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 4x + 4 = x^4 + (A + C)x^3 + (B + D + AC)x^2 + (AD + BC)x + BD = 0$.

iii) Sabendo que BD=4, temos somente algumas possibilidades para (B,D):

$$(B, D) \in \{(-2, -2), (-1, -4), (-4, -1), (4,1), (1,4), (2,2)\}.$$

A partir disso, devemos resolver o sistema abaixo, usando as possibilidades de (B,D) acima:

$$\begin{cases} A + C = 2 \\ B + D + AC = 5 \\ AD + BC = 4 \\ BD = 4 \end{cases}$$

As soluções são todas análogas, sempre se chegando a resultados não inteiros para os pares (B, D) errados.

Para $(B, D) = (2,2)$, temos $A = C = 1. \rightarrow (x^2 + 2x + 2)^2 = 0$. As raízes desse polinômio são $\text{x} = -\frac{1}{2} \pm \text{i}\frac{\sqrt{7}}{2}$, de multiplicidade 2.

Portanto, as raízes do polinômio inicial são $\left\{-1, -\frac{1}{2} + \text{i}\frac{\sqrt{7}}{2}, -\frac{1}{2} - \text{i}\frac{\sqrt{7}}{2}\right\}$, e o módulo de todas as complexas é $\sqrt{2}$, sendo este o maior módulo (pedido no enunciado).

iv) Com isso, sabemos que o cubo do enunciado tem lado $\sqrt{2}$. A diagonal pedida mede, então, $\sqrt{2}.\sqrt{3} = \sqrt{6}$. **(B)**

18. Nas proposições abaixo, coloque (V) na coluna à esquerda quando a proposição for verdadeira e (F) quando for falsa.

(V) Resolvendo o sistema, $\begin{cases} y - x + 2 = 0 \\ y + x - 8 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$, encontramos os vértices: A (0,2), B(0,3) e C(5,3). Daí, temos que $\overline{AC} = \overline{BC}$.

(F) Temos que o centro da hipérbole é o ponto C(0,0) e que sua semi-distância focal vale $2\sqrt{2}$, que serão, respectivamente, o centro da circunferência e o seu raio. Logo a equação da circunferência é $x^2 + y^2 = 8$.

(F) Nada podemos afirmar sobre a continuidade da função em x = a. Portanto, não podemos afirmar que $f(a) = b$ para qualquer função f.

(F) Seja $f(x) = k$, em que k é uma constante qualquer. Em qualquer ponto de $f(x)$ temos que $f'(x) = f''(x) = 0$ e estes resultados não caracterizam um ponto de inflexão.

(V) Para qualquer triângulo temos a lei dos senos: $\frac{a}{\text{senA}} = \frac{b}{\text{senB}} = \frac{c}{\text{senC}} = 4R$, em que R é o raio da circunferência circunscrita ao triângulo. Então, temos que a segunda linha do determinante é uma combinação linear da terceira.

Logo, como resposta temos o item **(E).**

19. O termo de mais alto grau da equação biquadrada B(x) = 0 tem coeficiente igual a 1. Sabe-se que duas das raízes dessa equação são, respectivamente, o termo central do desenvolvimento $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)^6$ e a quantidade de soluções da equação $sen^2x - 6senxcosx + 8cos^2x = 0$ no intervalo $[0, 2\pi]$. Pode-se afirmar que a soma dos coeficientes de B(x) vale:

i) *Para o termo central do desenvolvimento, temos*:

$$\binom{6}{3} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^3 \cdot (-1)^3 = -\frac{\sqrt{10}}{5}.$$

ii) *Resolvendo a equação:* $sen^2x - 6senxcosx + 8cos^2x = 0$

$$(senx - 4cosx)(senx - 2cosx) = 0 \rightarrow \begin{cases} senx - 4cosx = 0 \\ ou \\ senx - 2cosx = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} tgx = \frac{1}{4} \\ ou \\ tgx = \frac{1}{2} \end{cases},$$ o que nos fornece 4 soluções.

iii) Como característica das equações biquadradas, temos que as raízes são simétricas. Logo, o conjunto solução é: $\{-4, 4, -\frac{\sqrt{10}}{5}, \frac{\sqrt{10}}{5}\}$.

iv) Então, a equação será: $(x^2 - 16)\left(x^2 - \frac{2}{5}\right) = 0 \rightarrow x^4 - \frac{82}{5}x^2 + \frac{32}{5} = 0$.

Como soma dos coeficientes temos: -9. **(A)**

20. A medida da área da região plana limitada pela curva de equação $y = \sqrt{4x - x^2}$ e pela reta de equação $y = x$ mede, em unidades de área,

i) *Encontrando os limites de integração*:

$\sqrt{4x - x^2} = x \rightarrow 4x - x^2 = x^2 \rightarrow x^2 - 2x = 0 \rightarrow x = 0$ ou $x = 2$, que serão nossos limites de integração.

ii) *Integrando*:

$$\int_0^2 (\sqrt{4x - x^2} - x)dx = \int_0^2 \sqrt{4x - x^2}dx - \int_0^2 xdx.$$

Na primeira integral faça $x - 2 = 2seny$.

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} 4cos^2y dy - \frac{x^2}{2}\Big|_{0}^{2} = 2\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0}(cos2y + 1)\cdot 2dy - 2 = sen2y \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{0} + 2y \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{0} - 2 = \pi - 2$$

(B)